

Campo magnetico generato da magnetostimolatore MAGSTIM mod. 200²

M. Bini⁽¹⁾, P. Feroldi⁽²⁾, L. Antonini ⁽³⁾, A. Ignesti⁽¹⁾, R. Olmi⁽¹⁾
C. Riminesi⁽⁴⁾, S. Priori⁽¹⁾

⁽¹⁾ *LabSeCEM*, IFAC-CNR, Via Madonna del Piano 10, 50019 Sesto Fiorentino (FI), Italy

⁽²⁾ U.O. Fisica Sanitaria, Azienda Ospedaliera Spedali Civili, Brescia

⁽³⁾ U.O. Neurofisiopatologia, Azienda Ospedaliera Spedali Civili, Brescia

⁽⁴⁾ ICVBC – CNR, Via Madonna del Piano 10, 50019 Sesto Fio

Agosto 2012

INDICE

<i>Sommario</i>	3
1 Introduzione	3
2 Descrizione della procedura di misura	5
2.1 <i>Misura dell'intensità del campo</i>	6
2.2 <i>Acquisizione della forma d'onda dell'impulso</i>	8
3 Analisi dei risultati delle misure	12
3.1 <i>Distribuzione spaziale del campo magnetico</i>	12
3.2 <i>Analisi della forma dell'impulso</i>	15
4 Confronto con le norme per l'esposizione al campo magnetico	17
5 Conclusioni	20
APPENDICI	21
A 1 SET-UP DI MISURA	21
A 1.1 <i>Sonda Narda ELT 400</i>	21
A 1.2 <i>Oscilloscopio ATTEN ADS 1062CM</i>	21
A 2 CAMPO DI UNA SPIRA	23
A 2.1 <i>Espressione analitica del campo B di spira circolare</i>	23
A 2.2 <i>Fitting dei dati e determinazione dei parametri del modello</i>	29
A 3 IMPULSO DI CAMPO MAGNETICO	31
A 3.1 <i>Analisi della forma dell'impulso</i>	31
A 3.2 <i>Fitting con esponenziali</i>	34
A 3.3 <i>Spettro dell'impulso</i>	35
A 4 Quadro normativo	38
RIFERIMENTI	43

Sommario

Oggetto di questa relazione è la misura del campo magnetico emesso da un magneto-stimolatore, modello Magstim 200², utilizzato nel Reparto di Neurofisiopatologia degli Spedali Civili di Brescia e di valutarne la congruità con la normativa italiana relativa all'esposizione ai campi magnetici. Il campo è generato dalle intense correnti di forma impulsiva che scorrono nella bobina dell'applicatore; la bobina è di forma circolare e ha un diametro di circa 10 centimetri.

Sono state effettuate misure del campo magnetico in punti posizionati sia lungo un asse verticale che passa per il centro della bobina sia radialmente su un piano orizzontale; i punti, sono spaziati fra loro di 10 cm. L'analisi dettagliata dei risultati delle misure ha permesso di individuare un'espressione analitica (campo di una spira) che descrive con molta accuratezza ($R^2 = 0.994$) l'andamento spaziale dell'intensità del campo magnetico in tutta l'area di interesse, da pochi centimetri fino ad alcuni metri dall'applicatore.

E' stato anche acquisito l'andamento temporale dell'impulso di campo magnetico. E' risultato che esso ha durata è di alcune centinaia di microsecondi e la sua forma d'onda è analoga a quella che si ottiene dalla sovrapposizione di due esponenziali smorzati. Utilizzando la DFT (Discrete Fourier Transform) è stato ricavato lo spettro dell'impulso e si è visto che questo, conformemente alla sua forma temporale e durata, non si estende oltre la decina di kHz.

L'insieme dei dati acquisiti ha permesso di valutarne la conformità con le norme per l'esposizione al campo elettromagnetico vigenti in Italia e cioè: il DPCM 8/7/2003 per la popolazione civile e il D.Lgs. 81/2008 per i lavoratori addetti. Quest'ultimo, che è quello di maggior interesse nel contesto di questa relazione (a parte il paziente, difficilmente persone diverse dall'operatore saranno esposte al campo prodotto dall'applicatore), definisce procedure particolari quando si ha a che fare con campi composti da più frequenze, come è appunto il caso dei campi impulsivi (scomponibile in più frequenze mediante l'analisi di Fourier). In sintesi, seguendo il D.Lgs 81/2008, abbiamo costruito un *indice* I_{feq} , proporzionale all'ampiezza dell'impulso, che deve essere minore di uno perché la norma sia rispettata. Abbiamo quindi individuato la zona intorno all'applicatore in cui l'indice supera il valore dell'unità (questa zona ha dimensioni di oltre un metro di raggio).

1 Introduzione

I dati analizzati e discussi in questa relazione sono stati raccolti nel corso della campagna di misura del 14 e 15 giugno 2010.

L'apparecchio oggetto dell'analisi è lo stimolatore magnetico Magstim modello 200² prodotto dall'azienda inglese Magstim Company¹. L'esemplare analizzato è in dotazione al Reparto di Neurofisiopatologia degli Spedali Riuniti di Brescia.

¹. N.B. Il "2" ad esponente nel nome Magstim fa parte del nome che identifica il modello e non va confuso con il rinvio ad una nota.

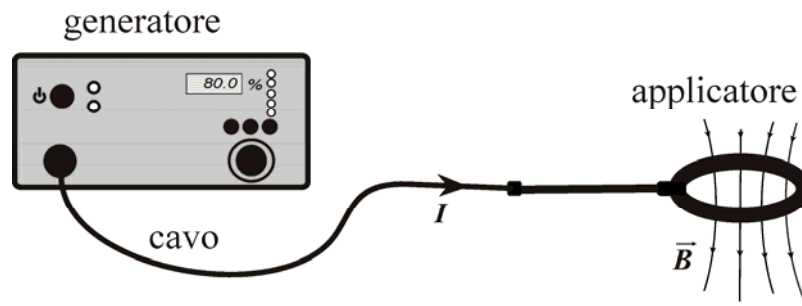


Figura 1 - Rappresentazione schematica dello stimolatore magnetico

L'apparecchio è costituito da un generatore di corrente e dall'applicatore di cui la Figura 1 presenta una rappresentazione schematica, mentre la Figura 2 mostra una immagine dell'applicatore (mod. HP 90mm Coil), utilizzato nel nostro esperimento². In gergo questo tipo di applicatore è detto "coil" (bobina). Il costruttore distingue le facce dell'applicatore con le lettere A e B, per identificare il verso in cui la corrente scorre nella bobina³; ad es. nell'immagine di Figura 2 la faccia visibile è la B.



Figura 2 Immagine dell'applicatore *HP 90mm Coil*, estratta dal manuale di istruzioni [1].

Il generatore mostra sul pannello un'indicazione dell'intensità dell'impulso in uscita. Abbiamo verificato che questa è riferita alla corrente immessa nell'applicatore ed è data come percentuale di un valore di riferimento, che però il costruttore non fornisce (neanche nel manuale), probabilmente perché questa informazione non è ritenuta di interesse per l'utilizzatore.

Dal punto di vista elettrico, l'applicatore può sostanzialmente essere considerato una bobina, di un opportuno numero di spire, nella quale il generatore immette un intenso impulso di corrente che, a sua volta, genera un forte impulso di campo magnetico⁴. Questo si accoppia

² Il colore del guscio in plastica nell'esemplare da noi utilizzato era blu invece che bianco-avana.

³ Questo serve al medico per conoscere il verso della corrente di stimolo indotta nei tessuti del paziente. Quando è visibile la faccia A, la corrente scorre nella bobina in senso antiorario e nei tessuti viene indotta una corrente che scorre in senso orario; viceversa quando la faccia visibile è la B.

⁴ Può tornare utile una puntualizzazione sulla terminologia. Nel parlare comune, seguendo un uso molto diffuso, si parla di *campo magnetico* anche se, il più delle volte, ci si riferisce ad una quantità che più appropriatamente dovremmo chiamare *induzione magnetica*. In effetti, le due quantità il campo magnetico (indicato comunemente con il simbolo H) e l'induzione magnetica (indicata comunemente con B) sono due grandezze fisiche distinte.

con i tessuti del paziente, all'interno dei quali produce la desiderata corrente di stimolazione. Si noti che il generatore non produce treni di impulsi, ma emette un singolo impulso ogni volta che l'operatore aziona il comando di trigger.

2 Descrizione della procedura di misura

Per la misura è stato utilizzato lo strumento Narda ELT-400 (Figura 3).

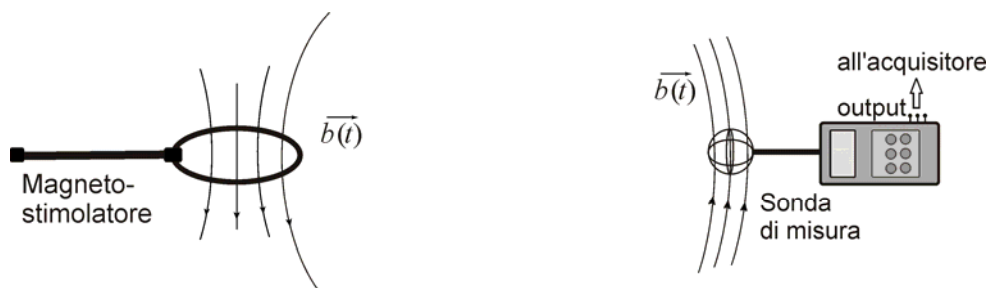


Figura 3 - Schema di principio della misura

Come vedremo (Appendice A 3.3) l'impulso del magnetostimolatore ha uno spettro di frequenze che va dalla continua ad alcuni kHz (Figura 13). Lo strumento di misura utilizza un sensore costituito da tre bobine ortogonali con una risposta piatta nella banda 1 Hz–400 kHz (banda a 3dB). Anche se lo strumento non risponde alle frequenze sotto 10 Hz ed in particolare taglia la continua, esso è tuttavia in grado di riprodurre in maniera soddisfacente la forma dell'impulso (vedi Appendice A 1.1).

A seconda della modalità di funzionamento scelta, i segnali indotti nelle tre bobine possono essere opportunamente sommati (in valore quadratico) oppure mantenuti distinti e inviati all'uscita, come tensioni $v_x(t)$, $v_y(t)$ e $v_z(t)$ proporzionali alle tre componenti del vettore \mathbf{B} . Nel primo caso la sonda ha una risposta *isotropa* ed è questa la modalità utilizzata quando si intende misurare il picco oppure il valore quadratico medio (RMS, media su 1 sec.) del campo B . La configurazione isotropa è utilizzata anche quando si usa la modalità STD (Shaped Time Domain), di cui si parlerà in seguito e nella quale i contributi armonici del segnale vengono pesati secondo un prescelto standard di esposizione. L'invio al dispositivo di acquisizione esterno è utilizzato per visualizzare e registrare la forma d'onda del campo magnetico. L'isotropia della sonda semplifica e velocizza notevolmente l'esecuzione delle misure perché solleva l'operatore dalla necessità di orientare il sensore per ottenere il massimo del campo. Solo nel caso in cui è necessario conoscere la direzione del campo oltre che la sua intensità si ricorre all'acquisizione delle tre componenti del campo.

Nel sistema MKS le due grandezze sono legate dalla relazione $B = \mu_0 \mu_r H$, dove $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{H/m}$ indica la permeabilità dello spazio vuoto e μ_r la permeabilità relativa del materiale; B si misura in tesla (T) ed H in ampere/metro (A/m). La distinzione è di grande importanza quando si ha a che fare con i mezzi materiali (in un mezzo ferromagnetico il valore di μ_r può essere anche dell'ordine delle decine di migliaia). Nello spazio vuoto (e anche nell'aria, che ha permeabilità magnetica relativa μ_r pressoché unitaria) la distinzione è solo formale.

2.1 Misura dell'intensità del campo

Le misure dell'intensità del campo sono state effettuate in vari punti intorno all'applicatore del MAGSTIM. Le coordinate di ogni punto di misura, in direzione verticale e orizzontale, sono

Tabella 1

Campo magnetico B in punti lungo l'asse verticale.

z (cm)	Intensità al generatore (%)	$B_p(\mu T)$
0	100	90.9
10	100	118.9
20	100	167.2
30	100	242.2
40	100	359.1
50	100	563
60	100	950.7
70	100	1900
80	100	3994
90	100	11300
100	100	47400
100	50	21320
110	50	274800
120	50	166600
128	100	47110
130	100	32190
140	100	8452
150	100	3612
160	100	1833



Figura 4 Determinazione della coordinata verticale del punto di misura.

state rilevate con l'ausilio di opportuni regoli posizionati lungo l'asse della bobina (Figura 4) e sul pavimento (Figura 5).

Il regolo verticale serve anche per definire la quota dell'applicatore del MAGSTIM, che è stato tenuto fisso a 114 cm dal pavimento durante tutto l'esperimento.

Lo strumento è stato impostato per visualizzare il valore di picco del campo B_p . Questo non costituisce una limitazione perché, come vedremo meglio nell'Appendice A 3, dal valore di picco si ricavano facilmente altri parametri misurabili con la sonda ELT-400, quali il valore RSM o l'indice STD, semplicemente moltiplicando il valore di picco per un fattore di proporzionalità, che dipende dalla forma dell'impulso, determinabile una volta per tutte.

I risultati delle misure sono mostrati nella Tabella 1 e nella Tabella 2.

La Tabella 1 riporta i dati relativi ai punti lungo un asse verticale (asse z) passante per il centro dell'applicatore. Nella prima colonna sono riportate le ascisse a partire dal pavimento ($z = 0$). Come si vede, queste sono distanziate l'una dall'altra di 10 cm, una spaziatura che

costituisce un buon compromesso fra risoluzione spaziale e tempo di effettuazione della misura. La seconda colonna indica l'intensità del campo impostata sul pannello del Magstim, mentre nella terza colonna sono riportati il valore del campo magnetico con la sonda impostata per visualizzare il valore di picco B_p . Pressoché tutte le misure sono state effettuate con intensità del 100%, con esclusione di quelle alle ordinate 100, 110 e 120 cm, per le quali l'intensità è del 50%, per evitare che lo strumento di misura vada in overflow. Inoltre, la ripetizione della misura in uno stesso punto a intensità di impulso diverse permette di verificare che l'indicazione del display è realmente riferita alla corrente dell'impulso, come è mostrato nel paragrafo seguente.

Nella Tabella 2 sono riportati i valori del campo magnetico B_p allontanandosi dall'applicatore del Magstim lungo una retta giacente su un piano orizzontale, 3 cm più in alto dell'applicatore (quindi a 117 cm da terra), per evitare che la sonda di misura si sovrapponesse fisicamente all'applicatore per distanze x dall'applicatore molto ravvicinate⁵. L'intensità del generatore di impulsi è stata impostata su 100%. Nel punto $x = 30\text{cm}$, la misura è stata ripetuta con intensità del 50% e del 30%.

⁵ Sul filo delle spire della bobina dell'applicatore il campo B tende all'infinito.



Figura 5 Determinazione della coordinata orizzontale x del punto di misura

Le misure effettuate a intensità ridotta, permettono di verificare che effettivamente il numero fornito sul pannello del generatore come intensità dell'impulso è una quantità proporzionale alla corrente che scorre nella bobina. Se dividiamo per 0.3 il valore di $805.2\mu\text{T}$, ottenuto con intensità dell'impulsore al 30%, e per 0.5 il valore di $1270\mu\text{T}$, ottenuto con l'intensità al 50%, vediamo facilmente che questi scartano per meno del 10% dal valore di $2464\mu\text{T}$, ottenuto nello stesso punto con l'intensità dell'impulsore al 100%. Risultati analoghi si ottengono dalle due misure effettuate nel punto $x = 30\text{cm}$ (ordinata $z = 100\text{cm}$), con intensità dell'impulsore impostata su 100% e su 50%, riportati in Tabella 1. Anche in questo caso lo scarto di circa il 10%.

2.2 Acquisizione della forma d'onda dell'impulso

Sono state effettuate misure in cinque situazioni diverse, corrispondenti a differenti valori di intensità dell'impulso e orientazione della bobina del Magstim, nel punto particolare $x = 100\text{cm}$ e $z = 117\text{cm}$, ovvero con la sonda dell'EHT400 a 100 cm distante in orizzontale dal centro della bobina e all'altezza di 117 cm da terra. Nella Figura 6 è mostrato in forma

Tabella 2
Campo magnetico B in punti
lungo un asse orizzontale

x (cm)	Intensità al generatore (%)	$B_p(\mu\text{T})$
100	100	84.25
90	100	107
80	100	139.6
70	100	218.6
60	100	340
50	100	626
40	100	964.2
30	100	2464
30	50	1270
30	30	805.2
20	100	7954
10	100	46900
-30	100	2698
-40	100	1150
-50	100	556.9
-60	100	358.3
-70	100	219.3
-80	100	140.9
-90	100	109.9
-100	100	81.4

schematica il set-up di misura. L'oscilloscopio digitale è collegato ad una⁶ delle uscite analogiche della sonda ELT400 e permette di visualizzare l'impulso e di acquisirne il tracciato dopo averlo campionato.

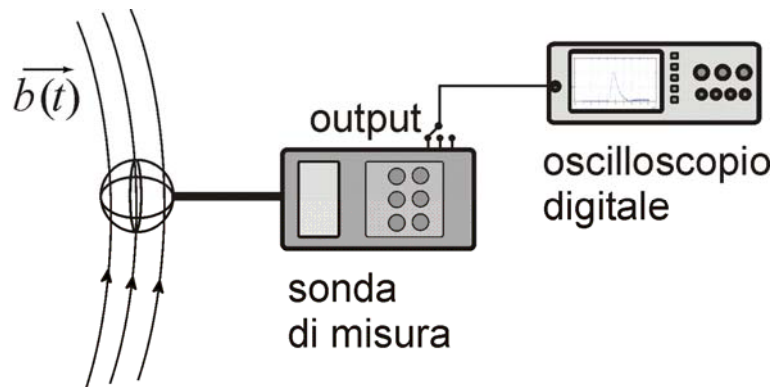


Figura 6 – Set-up di misura per l'acquisizione degli impulsi di campo

Sono state eseguite in tutto 17 prove. I risultati sono sintetizzati nella Tabella 4. Le prime quindici righe sono suddivise in cinque gruppi, di tre righe ciascuno. I gruppi si differenziano per le condizioni dell'esperimento a cui la misura si riferisce (intensità del generatore, orientazione dell'applicatore ecc.) e sono etichettati con una lettera dalla (a) alla (e), riportata nella prima colonna della tabella. La prima terna, quella contraddistinta dalla lettera (a), si riferisce alla prova con intensità dell'impulso impostata su 100% e la faccia A dell'applicatore in alto; le tre righe si differenziano a seconda di quale delle tre componenti del vettore \mathbf{B} viene acquisita. Nella terna successiva, la terna (b), l'intensità dell'impulso è ancora impostata sul 100%, ma la faccia dell'applicatore rivolta in alto è ora la B. Le altre terne sono state ottenute con queste impostazioni: faccia B in alto e intensità del generatore 80%, il 60% e il 40%, come indicato nella penultima e nell'ultima colonna della tabella. I dati acquisiti sono stati salvati in file testo (riferimento nelle colonne terza, quinta e settima rispettivamente⁷). Nella prima colonna è stata riportata l'intensità del picco dell'impulso, letta sul display della sonda di misura. Notiamo a questo proposito che nelle ultime due righe, ottenute con intensità 100% e faccia A della bobina in alto, condizione uguale a quella delle prime tre righe⁸, invece che del valore di picco della forma d'onda abbiamo letto il valore RMS del campo magnetico o l'indice ICNIRP relativo ai lavoratori [2]. Le colonne dalla seconda alla settima sono state raggruppate in tre coppie ciascuna relativa ad una delle componenti (B_x , B_y , B_z) del campo magnetico riferita al sistema di coordinate cartesiane intrinseco alla sonda (marcate con RED (X), GREEN (Y) e BLUE (Z), dai colori usati per contraddistinguere le uscite della sonda). Nelle colonne seconda, quarta e sesta colonna è stato riportato il massimo del segnale (quindi

⁶ L'oscilloscopio ATTEN ADS 1062CM, disponendo di solo due canali, non può acquisire 3 segnali contemporaneamente. Pertanto si è provveduto a registrare una componente di B alla volta. Questa operazione è stata ripetuta per quattro valori dell'intensità dell'impulso (100%, 80%, 60%, 40%); inoltre, per l'intensità 100%, si è acquisito il segnale con due diverse orientazioni dell'applicatore (faccia A in alto e faccia B in alto), mentre per gli altri valori dell'intensità la misura è stata effettuata solo con la faccia B in alto.

⁷ I file possono essere forniti a richiesta degli interessati.

⁸ La forma d'onda, che è ovviamente uguale a quella della prima riga, in questo caso non è stata né acquisita né registrata.

il valore del picco dell'impulso) acquisito con l'oscilloscopio. I valori sono forniti in millivolt, ma possono essere facilmente convertiti in μT utilizzando il fattore di calibrazione della sonda ($0.375\mu\text{T/mV}$)⁹.

Tabella 3 - Dati riassuntivi delle misure sugli impulsi nel punto $x = 100\text{cm}$, $z = 117\text{cm}$

	B_p (μT)	RED (X)			GREEN (Y)			BLUE (Z)			Intens.	Posiz
		Vmax	Trigger	file	Vmax	Trigger	file	Vmax	Trigger	file		
(a)	82.8				202	+	1				100	A alto
	82.73	-73.6	-	2							100	A alto
	82.54							-49.6	-	3	100	A alto
(b)	81.15				-146	-	4				100	B alto
	81.4	118	+	5							100	B alto
	81.1							98	+	6	100	B alto
(c)	65.32				-114	-	7				80	B alto
	64.89	?	+	8							80	B alto
	64.81							70	+	9	80	B alto
(d)	48.48				-80	-	10				60	B alto
	48.81	78	+	11							60	B alto
	48.93							70?	+	12	60	B alto
(e)	32.6				-49.6	-	13				40	B alto
	32.82	59.2	+	14							40	B alto
	32.53							55.2	+	15	40	B alto
	1.076	<-RMS									100	A alto
	144.7	<-ICNIRP(%)									100	A alto

Nella Figura 7 sono riportate, come esempio, le tracce di tre impulsi acquisite con l'oscilloscopio. Questi corrispondono alle componenti B_x , B_y e B_z della terna (a) Tabella 4. Gli altri dodici tracciati sono di forma molto simile, come sarà discusso in dettaglio nella sezione 3.2 dedicata all'analisi dei risultati e nell'Appendice A 3.

⁹ Questa conversione insieme all'eliminazione di altri inconvenienti e disturbi più seri (ad es., bias verticale di circa un mV, uno spike più o meno pronunciato all'inizio dell'impulso, come si vede in Figura 7) verrà discussa nella Sez. 3.2, dove verrà presentata un'analisi un po' più dettagliata della forma dell'impulso.

Tabella 4 - Misure sulla forma d'onda

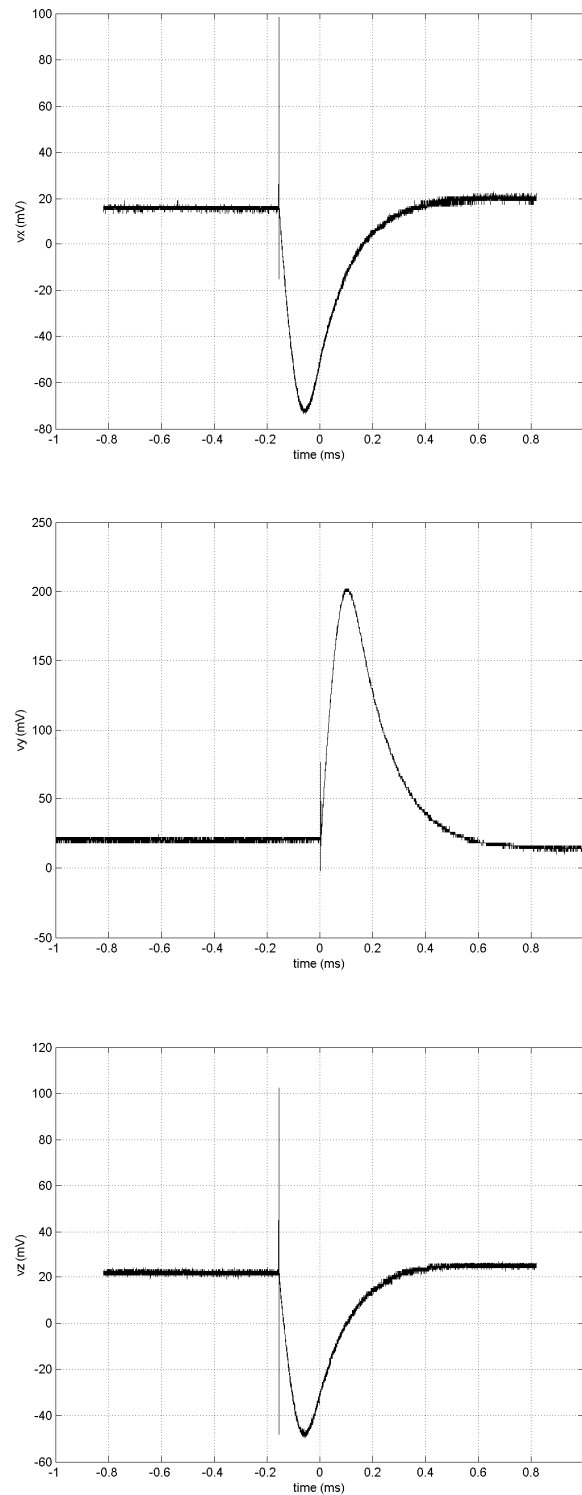


Figura 7 Esempio di registrazione della forma d'onda dell'impulso relativo alle componenti B_x (in alto), B_y (nel mezzo) e B_z (in basso) con riferimento al caso (a) della Tabella 3; le ordinate sono espresse in volt, unità all'uscita della sonda ELT400).

3 Analisi dei risultati delle misure

L'analisi dei dati viene esposta qui di seguito suddividendola in due parti: (a) ricerca di una espressione analitica che permetta di fornire il valore del campo magnetico in ogni punto intorno all'applicatore del Magstim; (b) analisi delle caratteristiche dell'impulso di campo magnetico e valutazione del suo spettro.

Tutti i risultati presentati si riferiscono ai campi emessi con intensità impostata sul valore 100%.

3.1 Distribuzione spaziale del campo magnetico

Per l'elaborazione e l'interpretazione dei risultati delle misure si è fatto ricorso all'ipotesi – confermata poi pienamente dal confronto con i risultati – che il campo magnetico generato dalla bobina del MAGSTIM possa essere descritto mediante un modello nel quale la bobina è rappresentata da un avvolgimento circolare "ideale" (ovvero, infinitamente sottile), costituito da una singola spira di raggio a , percorsa dalla corrente I ; lo stesso risultato si otterrebbe da N spire di ugual raggio a percorse dalla corrente I divisa per N ¹⁰.

Nel seguito, si fanno queste scelte che non inficiano la generalità dei risultati:

- (a) la spira giace su un piano orizzontale (piano Π);
- (b) l'asse z del sistema di riferimento è verticale, diretto verso l'alto e passa per il centro della spira;
- (c) Gli assi x, y giacciono sul piano Π , con l'origine nel centro della spira.

In effetti, almeno in via teorica, non esiste distinzione fra il piano x, z e un qualsiasi altro piano verticale passante per z , dato che il campo magnetico di una spira ha simmetria di rotazione intorno al proprio asse (che, per le scelte fatte, coincide qui con l'asse z).

E' reperibile in letteratura [5],[6] una espressione analitica, formulata in termine di integrali ellittici, che permette di calcolare il campo magnetico \vec{B} in un qualsiasi punto dello spazio circostante l'applicatore. Questa è riportata e discussa nell'Appendice A 3 , sez. A 2.1. Da un'analisi anche veloce di questa espressione si vede che per determinare il modello sono sufficienti due sole quantità: la corrente I che scorre nella spira e il raggio a della spira. Questi due parametri sono stati ricavati dalle misure descritte nella precedente Sez. 2.1 con una procedura di best-fitting ai minimi quadrati i cui dettagli sono esposti nell'Appendice A 2.2. I valori ottenuti per la corrente e per il raggio della bobina sono: $I = 95.27$ kA; $a = 4.56$ cm.

Utilizzando questi valori si può effettuare un confronto fra dati misurati e i valori risultanti dal modello di calcolo. Nella Figura 8 sono mostrati i valori di B_p risultanti dalle misure lungo l'asse verticale (cioè i dati riportati nella Tabella 1) e il grafico di B_p calcolato con la (10), Appendice A 2.1, in cui si è posto $x = 0$. Le ordinate dei dati misurati sono state ridefinite in modo che l'origine dell'asse z coincida con il piano in cui è posizionato l'applicatore (114 cm dal pavimento). Questo permette di evidenziare la simmetria del campo magnetico quando ci si allontana dell'applicatore (la cui ordinata è ora $z=0$). Analogο andamento simmetrico è mostrato dal grafico del campo magnetico allontanandosi dalla bobina su un piano orizzontale, come è mostrato dalla Figura 9.

¹⁰ Insomma, le amperspira $N \cdot I$.

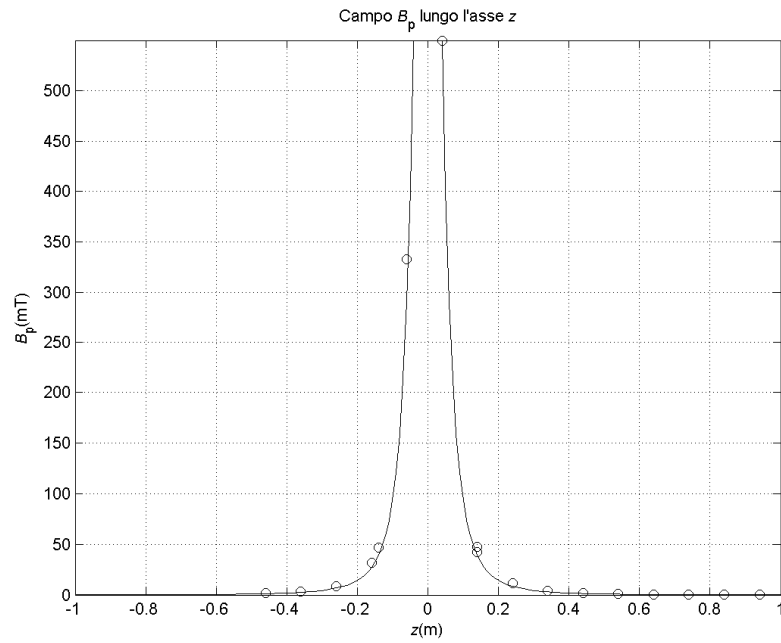


Figura 8 Campo magnetico di picco (in mT) lungo l'asse z
(o) Valori misurati; (-) valori calcolati

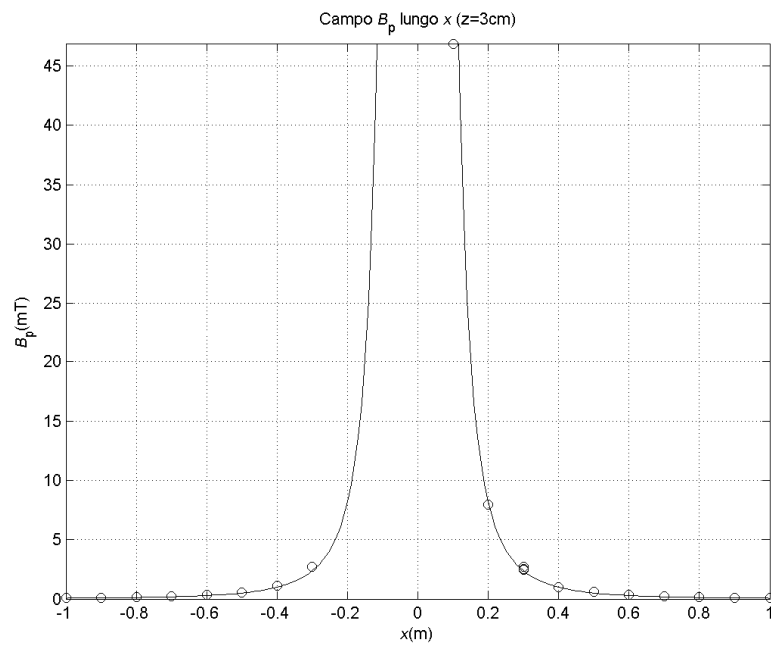


Figura 9 Campo Magnetico di picco (in mT) lungo una linea orizzontale, 3 cm sopra la bobina;
(o) Valori misurati; (-) valori calcolati

L'accordo fra dati misurati e funzione di fitting è ottimo, come si vede dalle figure e come è confermato dall'alto valore dell'indice di correlazione ($R^2 = 0.994$).

Questo risultato conferma l'ipotesi che il campo magnetico prodotto dal MAGSTIM può essere rappresentato con un modello costituito da una semplice spira circolare e che i parametri che caratterizzano il modello (la corrente I e il raggio a della spira) possono essere ottenuti mediante una procedura di best fitting con i dati della misura. Il valore di 4,562cm, ottenuto per il raggio della bobina, risulta plausibile se confrontato con le misure esterne dell'applicatore. La corrente I di 95.27 kA è un valore sorprendentemente elevato, però si deve tener conto che questo corrisponde al picco di un impulso della durata di meno di 300 μ s.

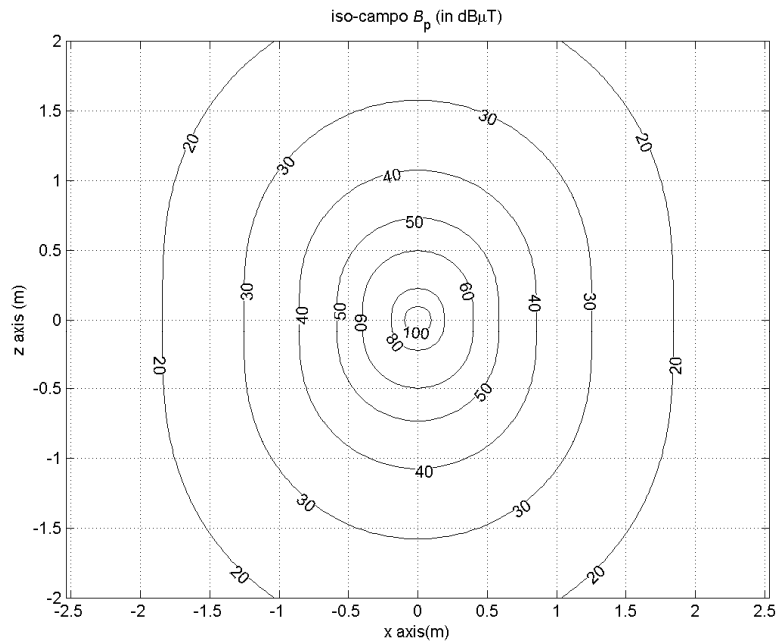


Figura 10 - Curve iso-induzione magnetica B_p in dB μ Tesla (intensità del generatore 100%).

In forza quindi dell'espressione analitica, è possibile calcolare il campo magnetico in qualsiasi punto intorno all'applicatore. La Figura 10 mostra le linee iso-campo sul piano (x,z) , rappresentativo di qualsiasi piano verticale che passa per l'asse della bobina. Le linee sono più allungate nella direzione verticale rispetto a quella orizzontale, in accordo con il fatto che i campi di una spira a distanza hanno intensità doppia in direzione dell'asse rispetto alla direzione radiale¹¹. I calcoli sono stati effettuati con la corrente nella bobina di 95.27 kA (ottenuta con il generatore impostato sull'intensità del 100%). Per poter visualizzare una gamma sufficientemente estesa di valori, il campo magnetico è calcolato in dB μ T, e in tale unità sono espressi i valori che si leggono sulle linee di livello. Si vede, ad esempio, che a circa 25 cm dall'applicatore si hanno 80 dB μ T, che corrispondono a 10⁴ μ T. Poiché abbiamo visto che l'intensità del campo magnetico è proporzionale all'indicazione percentuale letta sul pannello del generatore, se tale valore è ridotto alla metà (cioè, sul display si legge 50%), le curve di livello vanno ridotte di 6 dB: la curva di 80 dB μ T, diventa la curva di 74 dB μ T, a cui

¹¹ Si veda la (12), nell'appendice A 2.1.

corrispondono 5000 μT . Si tratta di valori di campo magnetico molto elevati. Nella prossima sezione (Sez. 4) se ne discuterà il significato per la sicurezza dell'operatore.

3.2 Analisi della forma dell'impulso

Il MAGSTIM produce un intenso e rapido impulso di campo magnetico la cui forma è stata registrata in un determinato punto (altezza 110 cm, 100 cm dall'asse), con varie impostazioni del generatore e con la bobina con la faccia A o la faccia B verso la sonda di misura, per un totale di 15 diverse registrazioni. L'analisi delle registrazioni, il cui dettaglio è riportato nell'Appendice A 3, mostra che gli impulsi acquisiti nelle diverse situazioni hanno forme che risultano fra loro perfettamente sovrapponibili, una volta che le ampiezze degli impulsi siano state normalizzate al valore di picco. Questo risultato è dovuto al fatto che il generatore ha caratteristiche di grande stabilità e produce impulsi di forma pressoché identica da una scarica all'altra. La Figura 11 mostra la sovrapposizione di numerose registrazioni successive, ed è stata ottenuta senza nessuna operazione di media ma soltanto operando uno smoothing su ogni singolo impulso, per eliminare il rumore di campionamento, e normalizzando ciascun impulso al rispettivo massimo (dettagli nella sez. A 3.1, dell'appendice) in modo da poterli rappresentare sullo stesso grafico. Come si vede, l'andamento temporale dell'impulso ha una forma "piccata" estremamente regolare della durata di alcune centinaia di microsecondi.

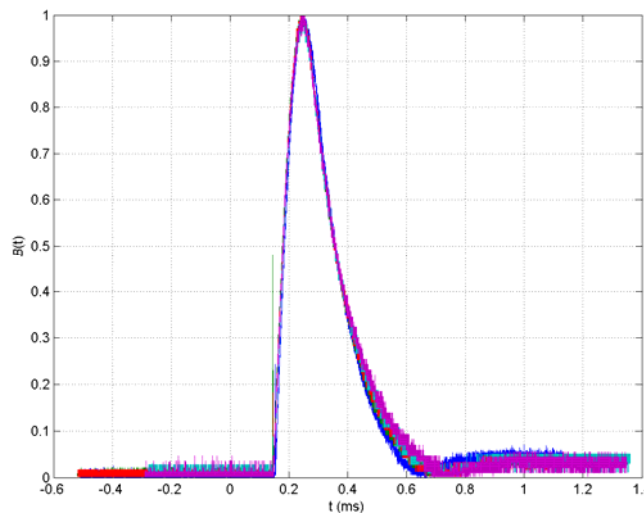


Figura 11 - Forma dell'impulso, normalizzata al valore del picco.

La forma dell'impulso può essere rappresentata analiticamente mediante una funzione esprimibile come sovrapposizione di due esponenziali smorzati per $t \geq \tau$, dove τ definisce l'inizio dell'impulso:

$$h(t) = C \cdot \left(e^{-\frac{t-\tau}{\tau_1}} - e^{-\frac{t-\tau}{\tau_2}} \right); \quad t \geq \tau \quad (1)$$

Le quantità C , τ , τ_1 , τ_2 sono state determinate con una accurata procedura di best-fitting, descritta nell'appendice A 3.2; i valori trovati per l'impulso normalizzato al picco, cioè per un impulso la cui ampiezza al picco vale 1 (vedi Figura 25, appendice A 3.2), sono: $C = 18.915$, $\tau = 159.0 \mu\text{s}$, $\tau_1 = 84.051 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 73.391 \mu\text{s}$.

Come esempio, in Figura 12 viene mostrata la funzione (1) graficata con τ_1 , τ_2 e C ottenuti dal best-fitting¹², si è inoltre posto $\tau = 0$ per semplificare la leggibilità della figura.

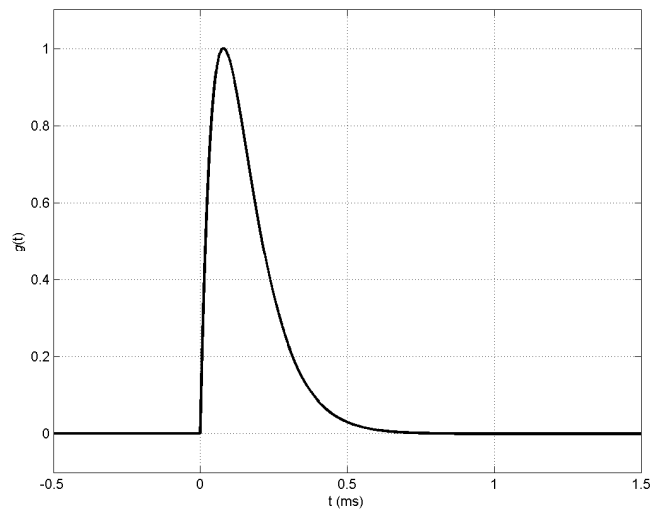


Figura 12 – Impulso di campo magnetico riprodotto con due esponenziali smorzati e normalizzato al valore del picco.

In conclusione, si riportano qui di seguito alcune grandezze che riassumono in forma sintetica le caratteristiche dell'impulso. Per quanto riguarda la larghezza se ne riporta il valore a tre diverse altezze, espresse come percentuale del valore al picco. Il tempo di salita è misurato come differenza fra l'istante in cui l'impulso raggiunge il 90% e quello in cui raggiunge il 10% del picco; analoga definizione vale per il fronte di discesa.

Tabella 5 Alcune proprietà dell'impulso

Larghezza al 90% del picco	58.7 μ s
Larghezza al 50% del picco	178.0 μ s
Larghezza al 10% del picco	386.3 μ s
tempo di salita	64.5 μ s
tempo di discesa	263.1 μ s

Una caratteristica importante dell'impulso è data dal suo contenuto spettrale. Questo è stato determinato utilizzando le tecniche di Fourier in due modi distinti: (a) applicando la DFT (Discrete Fourier Transform) all'impulso sperimentale di Figura 11; (b) calcolando la trasformata di Fourier per via analitica dell'espressione (1). I dettagli del calcolo per ottenere lo spettro, in uno o l'altro dei due modi, sono riportati nella Appendice A 3.3. La Figura 13 mostra i risultati. Come si vede, l'accordo fra le due modalità di calcolo è buono, specie per quel che riguarda la parte dello spettro fino ad alcuni kHz. I risultati differiscono un po' alle

¹² La procedura di best-fitting aggiusta i vari parametri in modo che sia minimo lo scarto quadratico medio calcolato su tutti i punti dell'impulso. In questa operazione di ottimizzazione non è detto che il valore del picco venga esattamente uguale a 1, ed infatti, esso sarebbe 0.964, con un errore in quel punto particolare di meno del 6%. Che il peso di questo punto sia però minimale è dimostrato dal fatto che la varianza spiegata dalla funzione di fitting è 0.993 e l'errore sul valore quadratico medio è meno del 3 per mille (si vedano i risultati riportati in fondo alla sez. A 2.2, in appendice)

frequenze più alte, dove però, lo spettro ottenuto per via sperimentale può risentire del rumore del sistema di acquisizione.

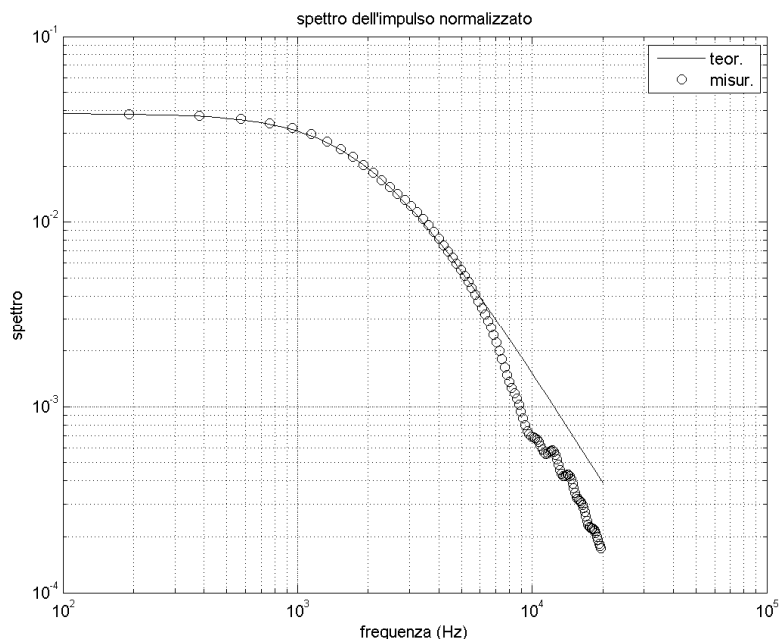


Figura 13 – Spettro dell'impulso; la linea continua si riferisce allo spettro calcolato dalla espressione analitica (1), i cerchietti sono stati ricavati mediante DFT, applicata all'impulso di Figura 11.

Comunque, a parte la modalità con cui lo spettro è stato ottenuto, si vede che l'ampiezza di questo è oramai ridotta di un ordine di grandezza alla frequenza di 10kHz. Questo significa che per tale frequenza la potenza del segnale è un centesimo o meno rispetto ai valori mostrati alle frequenze più basse. In altre parole, si può dire che la banda significativa dello spettro non va oltre la decina di kHz¹³.

4 Confronto con le norme per l'esposizione al campo magnetico

In Italia le norme di legge che regolano l'esposizione ai campi elettromagnetici sono: il DPCM 8 luglio 2003 per la *popolazione civile* [3] e il D.Lgs. 81/2008 [4] per i lavoratori addetti. La norma che più interessa qui è quella per i lavoratori perché, dato il tipo di apparecchiatura in studio, difficilmente i non addetti si trovano ad essere esposti al campo. Nell'intervallo delle frequenze di interesse (da pochi Hz a qualche kHz) i limiti sono fortemente variabili con la frequenza (si veda la Figura 30, in Appendice).

Quando il soggetto viene ad essere esposto a campi di più frequenze, il D.Lgs. 81/2008, seguendo le linee guida ICNIRP 1998, raccomanda di pesare i valori dei campi misurati componendo i contributi alle varie frequenze per formare un *indice* che, affinché la norma sia soddisfatta, deve rimanere minore di uno.

Se, come accade nel caso in esame, il segnale è di forma impulsiva, per il confronto con la norma si possono seguire due strade (per maggior dettaglio si veda l'appendice A 4): (a) sommare i vari contributi armonici di cui, secondo l'analisi di Fourier, può essere pensato

¹³ Si noti che risultati analoghi si ottengono calcolando lo spettro di un impulso di forma triangolare, con lati inclinati come il fronte di salita e di discesa dell'impulso, riportati nella Tabella 5.

composto l'impulso e costruire l'indice I_{I98} calcolato secondo la formula (25), oppure (b) utilizzare il criterio della oscillazione sinusoidale equivalente (Figura 28, appendice A 4), che consiste nel determinare la durata t_p dell'impulso, da questa ricavare la frequenza equivalente $f_{eq} = 1/(2t_p)$ e confrontare il picco B_p dell'impulso con il limite L_{feq} a tale frequenza, o meglio formare l'indice I_{feq} , utilizzando la formula (26).

Si noti ora che, nel caso di una forma ripetibile quale è quella dell'impulso del Magstim, l'indice è perfettamente determinato una volta nota l'ampiezza dell'impulso, ovvero l'intensità del picco. Infatti, sia le componenti armoniche (che intervengono nella determinazione di I_{I98} , ma anche di I_{wp03} , definito nell'appendice A 4) sia l'ampiezza della sinusoide equivalente sono tutte direttamente proporzionali all'intensità del picco B_p . Questo significa che, una volta determinato l'indice I_0 per un certo valore B_{p0} , l'indice I per un qualsiasi altro valore B_p si determina moltiplicando I_0 per il rapporto B_p/B_{p0} .

Se, ad esempio, scegliamo $B_{p0} = 1\text{mT}$, un valore che si ottiene a circa 40 cm dall'asse dell'applicatore (si veda la Tabella 2) e con l'intensità del generatore del Magstim impostato su intensità 100%, utilizzando le procedure descritte nell'appendice A 4, si ottengono per gli indici i valori riportati nella Tabella 6.

Tabella 6 – Valore degli indici I_{I98} , I_{feq} ed I_{Iwp03} , alla distanza di 40 cm, dove B_p vale 1 mT.

Tipo di indice	valore dell'indice
I_{I98}	25.89
I_{feq}	23.03
I_{Iwp03}	17.23

Come si vede l'indice che risulta più cautelativo è lo I_{I98} , basato sulle linee guida ICNIRP 1998 [13], espresso dalla formula (25). In effetti, come abbiamo già detto, per campi con forme d'onda impulsive stabili e ripetitive (per le quali, cioè, la relazione di fase fra le varie armoniche è fissa e ben definita) le suddette linee guida suggeriscono di utilizzare l'indice I_{feq} , il cui valore, come si vede, non si discosta molto (circa l'11%) da I_{I98} . Nella Tabella abbiamo riportato anche l'indice I_{Iwp03} , che risulta molto più permissivo. Tuttavia, come abbiamo detto più volte, la legge italiana è basata sulle linee guida ICNIRP 1998 e pertanto noi a queste siamo tenuti a riferirci. In particolare, dovendo comunque operare una scelta fra I_{I98} e I_{feq} scegliamo quest'ultimo, e con questo confrontiamo i risultati per valutare la conformità dell'esposizione dei lavoratori addetti agli impulsi del Magstim.

Grazie alla proporzionalità diretta fra l'indice ed il valore di B_p , è facile ottenere mappe del valore di I_{feq} in qualsiasi punto di interesse dallo spazio intorno all'applicatore. Riportiamo qui le curve di livello dell'indice I_{feq} sul piano xy , ovvero il piano in cui giace l'applicatore (coincidente nel nostro caso con un piano orizzontale), e quelle sul piano xz , passante per l'asse verticale (Figura 14 e Figura 15, rispettivamente). La simmetria circolare del campo intorno all'asse dell'applicatore si riflette, ovviamente, nella distribuzione dell'indice, così che le linee di livello sono cerchi sul piano xy (Figura 14) mentre hanno forma un po' allungata in direzione z sul piano xz (Figura 15), a seguito del comportamento del campo che decresce più lentamente in direzione assiale rispetto a quello che accade in direzione radiale¹⁴.

¹⁴ Più precisamente il campo è maggiore di un fattore 2 in direzione z rispetto alla direzione radiale x , come è evidente dalla (12), dell'appendice A 2.1

Venendo ad un'analisi un po' più quantitativa, si vede che sul piano dell'applicatore (e quindi all'altezza a cui può trovarsi la mano dell'operatore) l'indice I_{feq} è uguale a 1 per $x = 1.10\text{m}$, vale 1.4 per $x = 1\text{m}$ ed è maggiore di 10 (1000% del limite ICNIRP) per $x = 50\text{cm}$. In sostanza, all'interno di una sfera di circa 1 metro l'indice I_{feq} è sempre superiore all'unità.

Per la valutazione sanitaria di questi risultati va tenuto presente che l'esposizione a breve distanza pone problemi di superamento dei limiti rappresentati dai valori di azione. Il fatto che si tratti di impulsi molto brevi non può essere invocato come attenuante, dato che questa proprietà è già stata, a quanto pare, tenuta presente nella formulazione dell'indice. In sostanza e in attesa di nuove ricerche che escludano possibili effetti dannosi ovvero che chiariscano che il superamento dei valori di azione non comporta superamento dei limiti di esposizione, la permanenza in prossimità dell'applicatore andrebbe gestita con molta cautela. Ad esempio, si potrebbe suggerire di non permettere al personale non addetto l'ingresso in una zona di alcuni metri quando viene sganciato l'impulso e, per quanto riguarda l'operatore, egli può posizionare l'applicatore su un supporto stabile e attivare l'impulso da distanze superiori a quelle in cui l'indice supera l'unità.

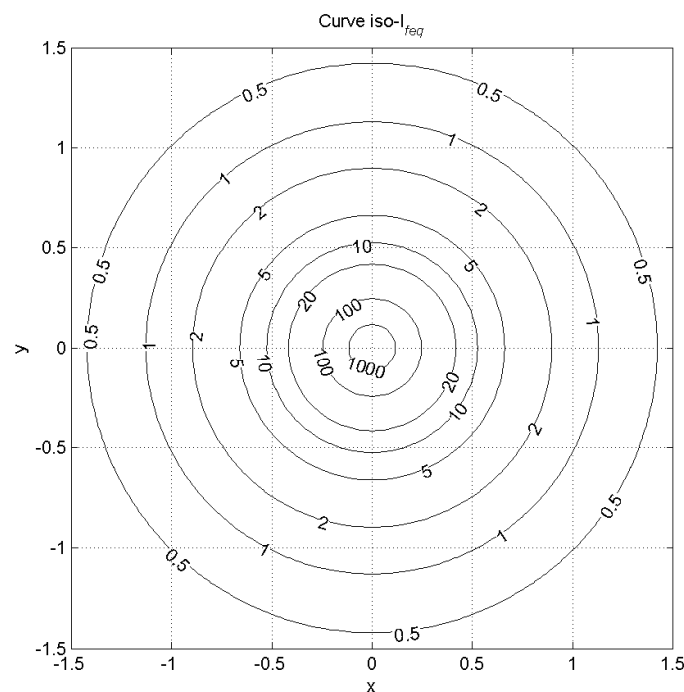


Figura 14 – Curve di livello dell'indice I_{feq} sul piano xy

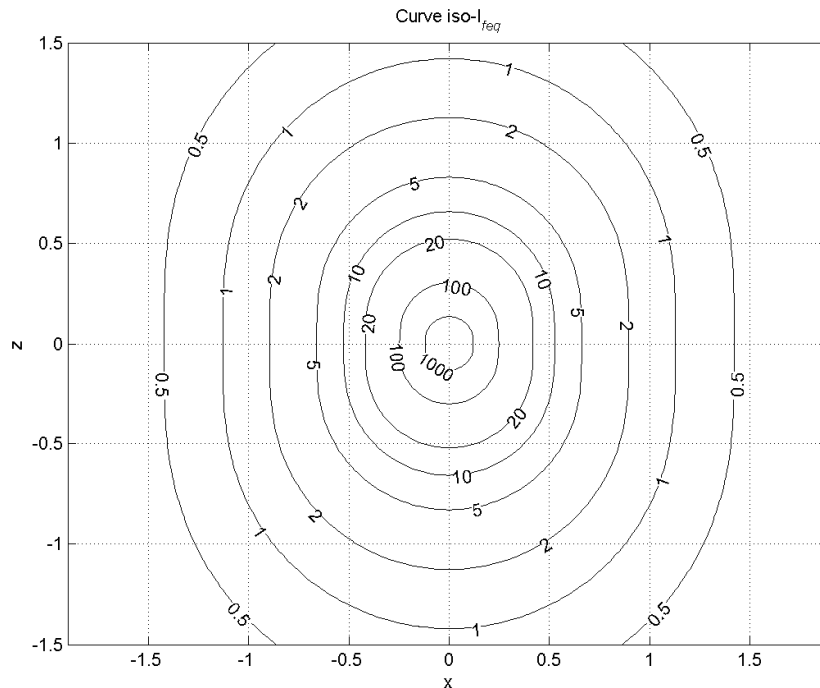


Figura 15 – Curve di livello dell'indice I_{freq} sul piano xz

5 Conclusioni

E' stata presentata una descrizione dettagliata delle misure effettuate per determinare l'intensità del campo magnetico disperso dal magnetostimolatore Magstim 200² (e, più precisamente, dal suo applicatore) in uso presso il reparto di Neurofisiopatologia degli Spedali Civili di Brescia. E' stata quindi messa a punto una procedura sperimentale e analitica per descrivere le caratteristiche dell'impulso prodotto dal magnetostimolatore, compreso lo spettro (banda fino a circa 10 kHz) e per calcolare l'indice I_{freq} , che appare essere il più idoneo per caratterizzare l'esposizione delle persone ed, in particolare, dei lavoratori addetti alle emissioni di questo elettromedicale. E' stata individuata una modalità che ha permesso di calcolare il valore dell'indice suddetto in ogni punto intorno all'applicatore ed è stato così possibile individuare il volume, che si estende per distanze superiori ad un metro, nel quale l'indice eccede il valore unitario ed in cui, pertanto, la presenza delle persone è motivo di attenzione quanto a sicurezza ed in cui vanno ricercati provvedimenti finalizzati alla riduzione del rischio.

APPENDICI

A 1 SET-UP DI MISURA

L'apparecchiatura di misura mostrata, schematicamente nella Figura 3, consiste dei seguenti componenti:

- sonda di misura NARDA ELT 400, la quale consente sia di visualizzare sul proprio display il valore del campo magnetico e/o di inviare il segnale analogico dai sensori ad un acquisitore tramite uscite analogiche di cui è dotata;
- acquisitore, costituito nel nostro caso dall'oscilloscopio digitale ATTEN ADS 1062CM; questo, oltre a catturare, campionare e visualizzare il singolo impulso ne permette l'acquisizione e la memorizzazione per successive elaborazioni fuori linea.

A 1.1 Sonda Narda ELT 400

La sonda Narda ELT400 ha una banda passante piatta che va da 1Hz a 400kHz. Il sensore è costituito da tre bobine fra loro ortogonali, racchiuse in un involucro protettivo di plastica, trasparente al campo magnetico. Le bobine (e il contenitore che le racchiude) sono fornite in due differenti dimensioni e, conseguentemente, di due diverse sensibilità. Le caratteristiche principali della sonda ELT 400 sono riassunte nella Tabella 7.

Tabella 7 - ELT 400 Probe: Technical specifications

Probe	100 cm ²	3 cm ²
Banda di frequenza	1Hz – 400kHz	
Range dinamico (in 6 scale)	32 μ T – 80 mT	300 μ T – 750 mT
Noise level	60 nT – 80 μ T	600 nT – 800 μ T
Risoluzione (scala più bassa)	1 nT	
Rivelazione (selezionabile)	RMS (tempo di media 1 s) o Peak Value	
Modo di presentazione	Istantaneo o Max Hold	



Figura 16 - Sonda ELT 400, con sensore isotropico 100 cm²

A 1.2 Oscilloscopio ATTEN ADS 1062CM

Anche se l'oscilloscopio che è stato utilizzato (ATTEN ADS 1062CM, Digital Storage Oscilloscope) è di basso costo, le caratteristiche di banda (60MHz) e la velocità di acquisizione (1Gs/s) sono più che adeguate per un impulso che ha tempi di salita dell'ordine

del centinaio di μs e conseguentemente una larghezza di banda dell'ordine della decina di kHz (vedi Appendice A 3.3).

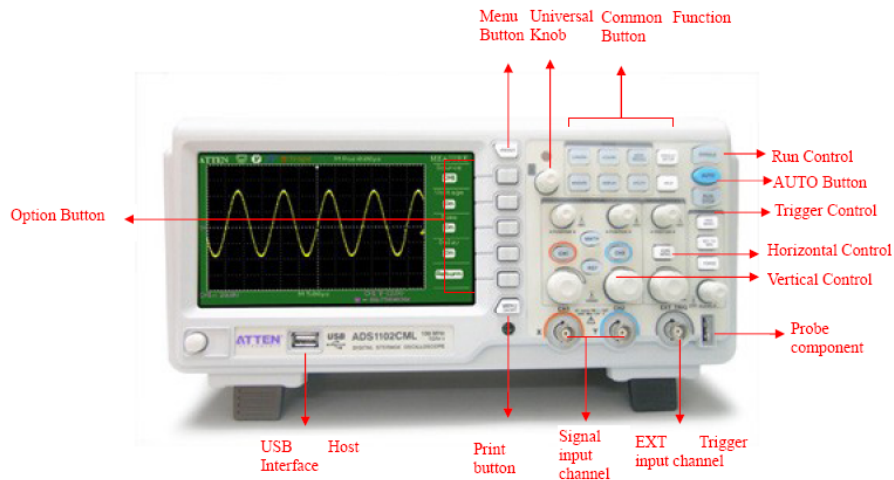


Figura 17 – Pannello frontale dell'Oscilloscopio Digitale ATTEN ADS 1062

Lo strumento è di ridotte dimensioni e facilmente trasportabile; però, purtroppo, ha solo due canali e quindi non permette di registrare contemporaneamente le uscite corrispondenti alle tre componenti del campo magnetico rese disponibili all'uscita della sonda. Il problema è stato risolto registrando ciascuno degli impulsi separatamente, come è spiegato nella Sez. 2.2 e nell'appendice A 3.1, dedicate all'acquisizione e all'analisi della forma dell'impulso.

A 2 CAMPO DI UNA SPIRA

Anche alla frequenza più elevata a cui opera il Magstim (intorno alla decina di kHz), la lunghezza d'onda è delle decine di km. Tutta la regione di spazio di interesse è quindi da considerarsi nel *campo vicino reattivo*. Il campo elettrico e il campo magnetico possono essere trattati come due entità indipendenti. In particolare, il campo magnetico può essere derivato dalla corrente che circola nella bobina dell'applicatore. Le formule utilizzate sono le stesse valide per una corrente continua solo che il campo varia nel tempo con la stessa dipendenza temporale della corrente: si opera cioè in *approssimazione quasi statica*.

A 2.1 Espressione analitica del campo B di spira circolare.

Si consideri una spira circolare s , percorsa dalla corrente I , centrata sull'asse z e che giace sul piano x,y . Il campo magnetico \vec{B} , prodotto dalla spira, ha una simmetria di rotazione rispetto all'asse della spira medesima come in Figura 18, facilmente intuibile e che sarà verificata dai calcoli che seguono.

Nelle condizioni dell'approssimazione quasi statica il campo magnetico può essere calcolato con la formula di *Biot-Savart* secondo la quale il campo totale \vec{B} in un punto P si ottiene come sovrapposizione dei contributi infinitesimi degli elementi di corrente $I d\vec{s}$, come mostrato dalla (2) e dalla Figura 19.

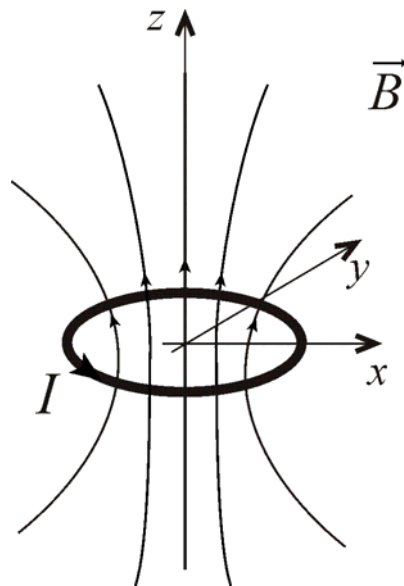


Figura 18 – Linee di forza del campo magnetico \vec{B} , generato da una spira percorsa dalla corrente I .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_s \frac{I d\vec{s} \times \vec{R}}{R^3(\varphi)} \quad (2)$$

Come già abbiamo anticipato, senza perdere di generalità il campo può essere calcolato nei punti del piano xz . Indichiamo con x e z le coordinate del punto P in cui si calcola il campo e con φ la posizione angolare dell'elemento di spira $d\vec{s}$ e con \vec{R} il vettore che va dall'elemento di corrente al punto P . Sviluppando il prodotto vettore che appare nella (2), l'elemento di campo magnetico $d\vec{B}$ dovuto a $d\vec{s}$ risulta:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{z \cos(\varphi) \hat{x} + z \sin(\varphi) \hat{y} + [a - x \cos(\varphi)] \hat{z}}{R^3(\varphi)} a d\varphi \quad (3)$$

dove a indica il raggio della spira.

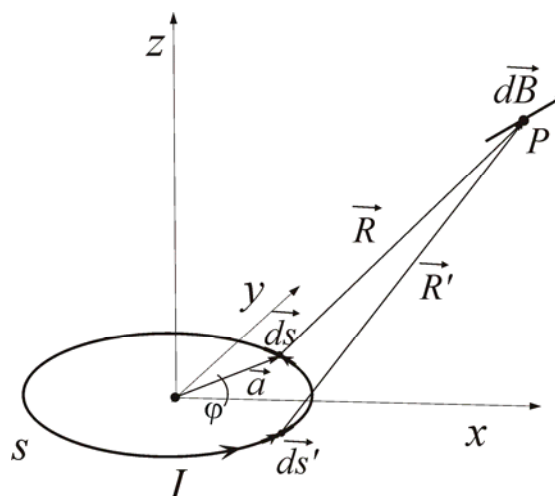


Figura 19 – Elemento di campo magnetico $d\vec{B}$ generato da elementi di corrente $I d\vec{s}$.

Se si esegue lo stesso calcolo per l'elemento $d\vec{s}'$ che, con riferimento al piano xy si trova in posizione simmetrica rispetto a $d\vec{s}$ (si veda la Figura 19), si ha un risultato identico alla (3) con l'unica differenza che la componente secondo \hat{y} risulta cambiata di segno. Questo comporta che quando si esegue l'integrale in $d\varphi$ per φ che va da 0 a 2π la componente secondo y di \vec{B} si annulla, cioè in ogni punto del piano xy il campo magnetico prodotto dalla spira giace sul piano xy medesimo.

Per calcolare il campo \vec{B} è necessario eseguire per via numerica il calcolo dell'integrale che appare nella (2). Esiste però un modo che consente di ottenere il campo \vec{B} in qualsiasi punto (xz) in forma chiusa in termini di integrali ellittici completi di prima e seconda specie K ed E , come mostrato nei riferimenti [5] e [6]¹⁵. Il campo può essere messo nella forma (4), o meglio per componenti e modulo come nelle espressioni dalla (8) alla (10). Nel riferimento citato per le derivazioni si usano le coordinate cilindriche, però si può verificare che le equazioni risultanti sono valide anche in coordinate cartesiane¹⁶. Gli integrali ellittici sono tabulati (vedi ad es. [7]) e quindi il campo $B(x,z)$ è calcolabile manualmente, ma per gli integrali ellittici sono facilmente reperibili codici in pressoché ogni linguaggio di programmazione (ad es. in

¹⁵ A questo punto può venire un dubbio. Se dobbiamo utilizzare un computer per eseguire i calcoli, perché non calcolare direttamente il campo utilizzando la (2) e la (3)? Tanto più che molti programmi di calcolo numerico hanno funzioni built-in che implementano le operazioni di prodotto vettoriale. La ragione è molto semplice e sta nella velocità di esecuzione. Se provate a calcolare il campo per integrazione diretta delle forme vettoriali (come abbiamo fatto noi), vi accorgete che i tempi di calcolo sono circa 50 volte più lunghi di quelli impiegati usando gli integrali ellittici.

¹⁶ Questo è evidente dalla Figura 20 nella quale sono rappresentate le componenti B_x e B_z in funzione di x . Le curve sono state calcolate con le eq.i (8) e (9) per $z=10\text{cm}$ e rappresentano correttamente l'andamento del campo sia per x positivo che negativo (B_x ha simmetria dispari e B_z simmetria pari, come deve essere) il che ne convalida l'applicabilità in coordinate cartesiane.

Fortran o C [8]) oppure sono disponibili come funzioni all'interno di programmi di calcolo ad alto livello, come Matlab¹⁷.

$$\vec{B}(x, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{(x+a)^2 + z^2}} \left\{ -\frac{z}{x} \left[K(k) - \frac{2-k^2}{2(1-k^2)} E(k) \right] \hat{x} + \left[K(k) + \frac{k^2(x+a)-2r}{2r(1-k^2)} E(k) \right] \hat{z} \right\} \quad (4)$$

in cui

$$k = \sqrt{\frac{4ax}{(x+a)^2 + z^2}} \quad (5)$$

$$K(k) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}} du \quad \text{Integrale ellittico completo del primo tipo} \quad (6)$$

$$E(k) = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-k^2u^2}{1-u^2}} du \quad \text{Integrale ellittico completo del secondo tipo} \quad (7)$$

$$B_x(x, z|I, a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{(x+a)^2 + z^2}} \left\{ \frac{z}{x} \left[-K(k) + \frac{2-k^2}{2(1-k^2)} E(k) \right] \right\} \quad (8)$$

$$B_z(x, z|I, a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{(x+a)^2 + z^2}} \left[K(k) + \frac{k^2(x+a)-2r}{2r(1-k^2)} E(k) \right] \quad (9)$$

$$B(x, z|I, a) = \sqrt{B_x(x, z)^2 + B_z(x, z)^2} \quad (10)$$

Un punto che richiede un po' di accortezza è il calcolo di B_x per $x = 0$ (cioè, lungo l'asse z), perché, come si vede dalla (8), la sua espressione contiene una divisione per zero. Non si tratta però di una reale singolarità, ma di un'espressione indeterminata del tipo 0/0, che, come è facile vedere¹⁸, dà $B_x = 0$ per qualsiasi punto dell'asse z e il programma di calcolo può facilmente gestire questa eccezione. Sempre con riferimento al campo lungo l'asse z , una semplificazione di calcolo si ottiene notando che, per le già ricordate ed evidenti ragioni di simmetria, il campo \vec{B} è diretto come z (cioè, ha solo la componente B_z) ed ha questa espressione:

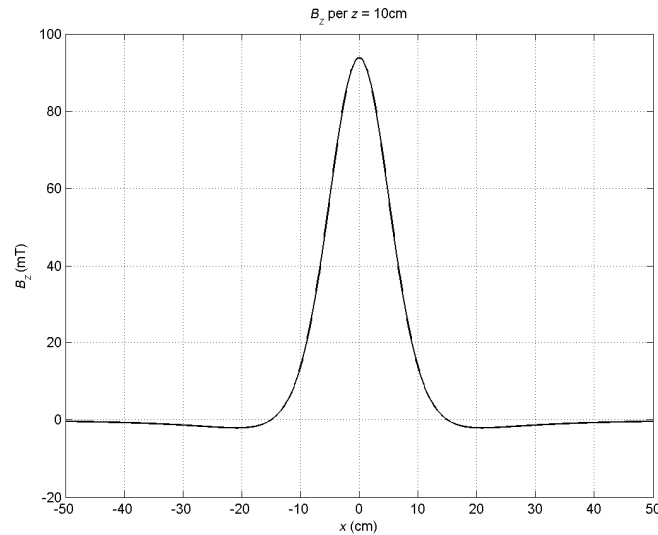
¹⁷ Nota sull'esecuzione dei calcoli. Nella presente relazione la maggior parte dei calcoli sono stati eseguiti con Mathcad. Poiché Mathcad non possiede funzioni built-in per calcolare gli integrali ellittici, questi sono stati implementati utilizzando le definizioni (6) e (7) e calcolando per via numerica gli integrali definiti che li compaiono. L'esecuzione risulta molto veloce anche quando il calcolo degli integrali va ripetuto molte volte, come nel caso in cui si debbano generare grafici di B_x e B_y lungo una linea o su una superficie. Si è anche usato Matlab per verifiche incrociate dei risultati e per preparare i grafici da importare in Word.

¹⁸ Per $x=0$, è $k=0$; ma $K(0)$ ed $E(0)$ risultano uguali fra loro (e uguali a $\pi/2$) come si vede dalle definizioni (6) e (7). $K(k)$ ed $E(k)$ sono sviluppabili in serie intorno allo zero (si veda [7], 773.1 e 774.1). Si può quindi sviluppare in serie di x il termine in parentesi graffa nell'espressione di B_x e si vede che questo tende a zero come x^2 e quindi B_x tende a zero per x tendente a zero.

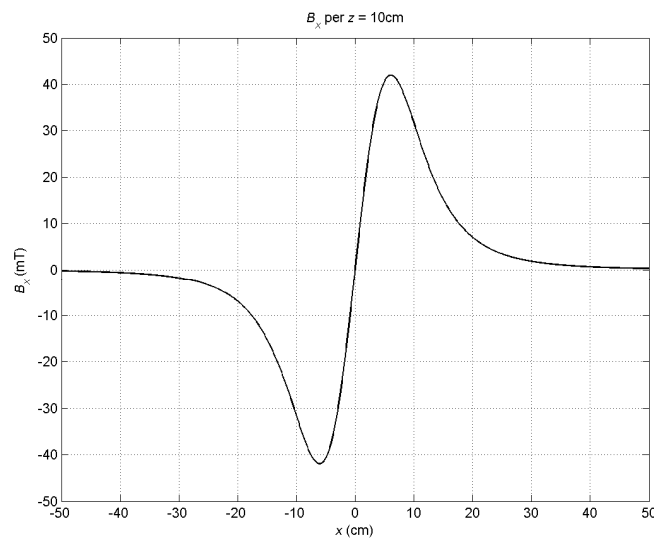
$$B(z|I,a) = \mu_0 \frac{a^2}{2\sqrt{(a^2 + z^2)^3}} I \quad (11)$$

riportata in molti testi di elettromagnetismo (si veda ad es. [9], pag. 156).

Utilizzando le equazioni suddette, si può calcolare il campo in qualsiasi punto dello spazio circostante la spira.



(a)



(b)

Figura 20 – Andamento del campo magnetico prodotto dalla spira, calcolato all'altezza $z = 10$ cm, al variare della coordinata orizzontale x : (a) componente B_z (Eq. (9)); (b) componente B_x (Eq.(8)).

Ad esempio nella Figura 20 abbiamo riportato il grafico delle componenti B_x e B_z calcolate, rispettivamente con la (9) e con la (8), al variare della coordinata x (cioè, lungo una retta orizzontale) all'altezza di 10 cm sopra il piano della spira. E' chiara la simmetria del campo rispetto all'asse della spira: simmetria pari per B_z e simmetria dispari per B_x , in accordo con lo

schizzo qualitativo di Figura 18. Maggior dettaglio sulla struttura del campo si ottiene calcolandolo e visualizzandolo su superfici invece che soltanto lungo una linea. Un esempio sono le curve di livello riportate nella Figura 10 della sez. 3.1, che mostrano il modulo del campo B sul piano xz ¹⁹. B è espresso in $\text{dB}\mu\text{T}$, per poter rappresentare un esteso range di livelli in maniera che le linee appaiano distinte. Si può anche ottenere maggior dettaglio, graficando il campo in una zona più ristretta, ad esempio un quadrato di 20 cm per 20 cm intorno alla spira, come mostrato in Figura 21. In particolare si nota che, come del resto è ovvio, il campo si concentra intorno al filo della spira, dove raggiunge valori molto alti. Ad es. si hanno $120 \text{ dB}/\mu\text{T}$ (106 tesla) a 2 cm dal centro della spira, in direzione assiale e a 5.8 cm ²⁰ in direzione radiale.

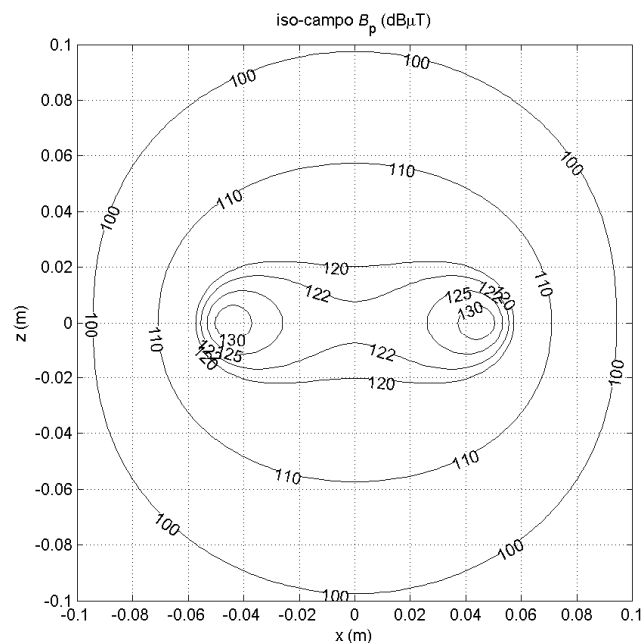


Figura 21 – Linee iso-campo su un piano verticale (piano xz), in una zona quadrata di 20 cm di lato intorno alla spira.

Oppure si può calcolare il campo su piani paralleli al piano della spira. La Figura 22, ad esempio, riporta le linee iso-campo su un piano di tal tipo distante dalla spira 5 cm. I valori del campo sono ovviamente coerenti con quelli riportati in

: ad esempio si hanno $100 \text{ dB}\mu\text{T}$ ($10^5 \mu\text{T}$) a circa 9 cm.

¹⁹ Per la simmetria intorno all'asse z , di cui abbiamo detto più volte, questo piano è da considerarsi rappresentativo di qualsiasi altro piano verticale che passa per z .

²⁰ Dato che la spira ha un raggio di 4.56 cm, siamo di fatto a poco più di un centimetro dal conduttore percorso dalla corrente.

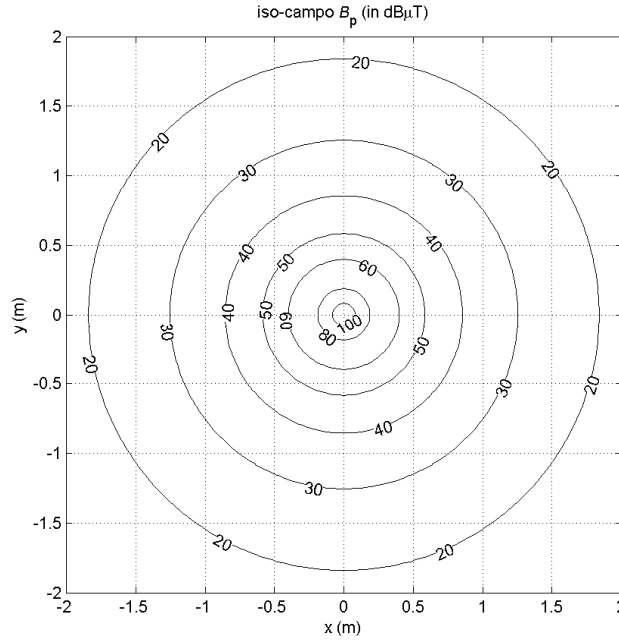


Figura 22 – Linee iso-campo su un piano orizzontale, parallelo al piano della spira e distante da questa 5 cm, in una zona quadrata di 4 m×4m intorno alla spira.

Ricordiamo infine, a conclusione di questa sezione, che il campo magnetico di una spira a grande distanza (far field) può essere approssimato con quello di un dipolo magnetico di momento \vec{M} , orientato normalmente alla superficie della spira, e che può essere scritto con questa espressione (12) in coordinate cilindriche:

$$\vec{B} = \frac{M}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) \quad (12)$$

nella quale $M = \mu_0 I \pi a^2$ (cioè, il prodotto di μ_0 per la corrente I e per l'area della spira) è il *momento del dipolo magnetico*, \hat{r} e $\hat{\theta}$ sono, rispettivamente, il versore del vettore \vec{r} che unisce il centro della spira con il punto in cui si calcola il campo e il versore della coordinata angolare θ che va dall'asse z a \vec{r} . E' immediato vedere da questa espressione che, nel far field, nei punti lungo l'asse della spira ($\theta = 0$) il campo ha valore doppio rispetto al valore che esso ha, a pari distanza, in direzione radiale ($\theta = \pi/2$). Per mostrare questi risultati in maniera grafica, nella Figura 23 è riportato l'andamento del campo magnetico della spira al variare della distanza d da questa, calcolato sia con l'espressione esatta, sia con quella approssimata. In particolare la linea tratteggiata e quella a tratto e punto rappresentano l'andamento del campo ottenuto rispettivamente con la formula esatta (linea tratteggiata) o con quella approssimata (linea a tratto e punto), allontanandosi dalla spira in direzione assiale (asse z). Analogamente, la linea a tratto continuo e quella punteggiata rappresentano, rispettivamente, il campo calcolato con la formula esatta e quella approssimata, in funzione della distanza in direzione radiale (es. lungo l'asse x). Si noti che man mano che ci si allontana, le formule esatte convergono in quelle approssimate con un andamento che, nella rappresentazione log-

log, è una retta con pendenza pari a tre decadi in ordinata per unadecade in ascissa²¹, conformemente alla dipendenza del tipo $1/r^3$ indicata dalla (12). La distanza dopo la quale il calcolo approssimato differisce da quello esatto per una certa percentuale dipende dalle dimensioni della spira. Nel nostro caso, in cui la spira ha un diametro di circa 10 cm, alla distanza di 30 cm lo scarto fra calcolo esatto e calcolo approssimato con la (12) è inferiore al 4%.

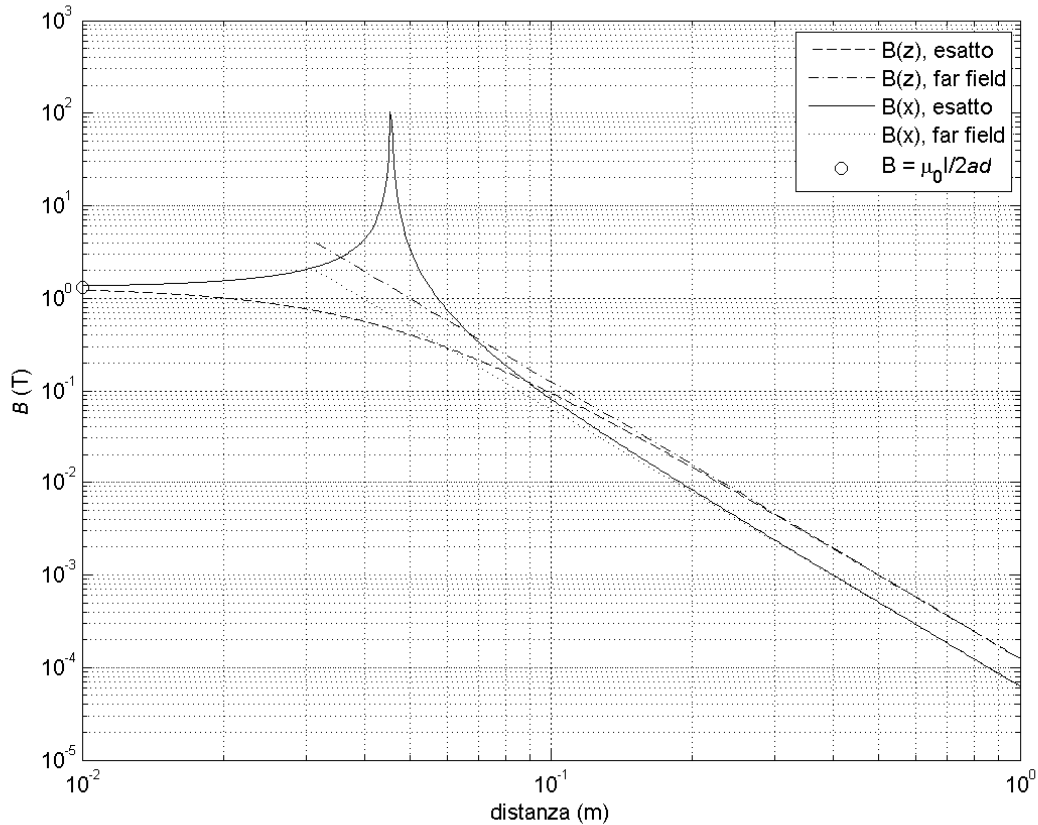


Figura 23 – Campo magnetico lungo l'asse z e lungo l'asse x calcolati in maniera esatta e con l'approssimazione di campo lontano.

Per distanze dell'ordine del diametro della spira le curve approssimate ed esatte si separano marcatamente. Inoltre, come si vede dalla Figura 23, se ci si avvicina alla spira lungo l'asse il campo tende in maniera dolce al valore nel centro della spira, pari a $\mu_0 I / 2a = 1.31 \text{ T}$ (indicato con un cerchietto in figura), mentre se l'avvicinamento avviene sul piano orizzontale, cioè lungo un raggio, il campo sale rapidamente e diverge quando si passa sopra la spira, per poi ridiscendere e assumere il valore $\mu_0 I / 2a$.

A 2.2 Fitting dei dati e determinazione dei parametri del modello

In questa sezione viene descritta a grandi linee la procedura utilizzata per ricavare, dai dati misurati, i valori della corrente nella spira I e il raggio della medesima a . I dati a disposizione sono costituiti dalla misura del campo magnetico in punti giacenti lungo due assi ortogonali:

²¹ Un andamento del tutto simile a quello mostrato in Figura 23 si otterrebbe riportando il campo B in $\text{dB}/\mu\text{T}$ e utilizzando una scala lineare per le ordinate e lasciando una scala logaritmica per le ascisse. In questo caso la pendenza delle rette che rappresentano il campo nel far field è di 60 dB per decade

uno coincide con l'asse della bobina dello stimolatore (asse z), e l'altro sul piano della bobina (asse x). Il metodo utilizzato è quello della minimizzazione della somma degli *scarti* (o errori) al quadrato SSE fra la funzione teorica di fitting e i valori misurati.

Il modo più semplice sarebbe sicuramente quello di utilizzare come curva teorica l'equazione (11), molto meno impegnativa della (10) dal punto di vista numerico, e limitare la procedura di fitting ai soli dati lungo l'asse z . Però, così facendo non si sfruttano i dati lungo l'asse x . Per tener conto di tutti i punti nei quali è stata effettuata la misura si opera allora nella maniera seguente.

Si calcolano separatamente sia gli scarti al quadrato lungo l'asse z sia quelli lungo l'asse x e si sommano fra loro per ottenere lo scarto quadratico medio totale SSE_t :

$$SSE_z(I, a) = \sum_{i=1}^{N_z} (B_i - B(z_i | I, a))^2$$

N_z , numero dei punti lungo l'asse z ,
 B_i , campo nel punto i -esimo, asse z
 $B(z | I, a)$, campo lungo l'asse z , secondo la (11)

$$SSE_x(I, a) = \sum_{k=1}^{N_x} (B_k - B(x_k, 0 | I, a))^2$$

N_x , numero dei punti lungo l'asse x ,
 B_k , campo nel punto k -esimo, asse orizzontale
 $B(x | I, a)$, campo lungo l'asse x , secondo la (10)

$$SSE_t(I, a) = SSE_z(I, a) + SSE_x(I, a) \quad (13)$$

Per la ricerca della coppia I ed a che minimizza SSE_t è stato usato l'algoritmo Levenberg-Marquardt (si veda, ad esempio, [8]).

La coppia minimizzante ($I = 95.27$ kA e $a = 4.562$ cm) è stata utilizzata per *calcolare la cosiddetta varianza spiegata o indice di correlazione generalizzato R^2* , che si ottiene sottraendo da 1 il rapporto fra la somma degli scarti al quadrato $SSE_t(I, a)$ e la somma totale degli scarti al quadrato SS_T ²²

$$R^2 = 1 - \frac{SSE_t(I, a)}{SS_T} \quad (14)$$

La correlazione R^2 viene comunemente utilizzata come una misura dell'accordo fra la curva teorica e i valori misurati. R^2 può essere minore o al più uguale a uno²³ e l'accordo è tanto migliore quanto più R^2 è vicino ad 1. Nel caso dei dati da noi misurati, si è ottenuto $R^2 = 0.994$, che dimostra un accordo ottimo.

²² Nel nostro caso, per calcolare la varianza totale SS_T abbiamo sommato la varianza $\sum_{i=1}^{N_z} (B_i - \bar{B}_v)^2$ relativa

all'asse z e quella relativa all'asse x $\sum_{k=1}^{N_x} (B_k - \bar{B}_h)^2$, dove $\bar{B}_v = \frac{1}{N_z} \sum_{i=1}^{N_z} B_i$ e $\bar{B}_h = \frac{1}{N_x} \sum_{k=1}^{N_x} B_k$ indicano rispettivamente

il valor medio del campo misurato lungo l'asse z e quello misurato lungo l'asse x .

²³ E' chiaro che, nel caso (ideale) di accordo completo, quello, cioè, in cui la curva teorica passa sopra tutti i punti misurati, SSE_t è uguale a zero e R^2 è uguale a 1. Altrimenti R^2 è ovviamente minore di 1.

A 3 IMPULSO DI CAMPO MAGNETICO

Questa appendice si divide in tre parti. In una prima parte si analizza la forma dell'impulso nel dominio del tempo, come risulta dalle registrazioni acquisite con l'oscilloscopio. Successivamente, per semplificare l'analisi numerica, viene implementato un modello che simula l'impulso con una forma analitica costituita dalla sovrapposizione di due esponenziali smorzati. Infine si procede all'analisi dell'impulso nel dominio della frequenza e se ne valuta la banda occupata.

A 3.1 Analisi della forma dell'impulso

Le 15 misure, effettuate campionando e registrando la forma dell'impulso sono elencate nella Tabella 3, raggruppate in 5 terne, ciascuna delle quali riporta le componenti B_x , B_y , B_z , dell'induzione magnetica presente nel punto di misura ($x = 100\text{cm}$, $z = 114\text{ cm}$).

Le registrazioni delle componenti B_x , B_y , B_z , non sono immediatamente utilizzabili. Prima di tutto, i dati dell'uscita analogica della sonda, che sono in mV, vanno moltiplicati per il fattore di calibrazione $300\mu\text{T}/800\text{mV}$ (fornito dal costruttore) per ottenere il dato in μT . Poi si deve ottenere il modulo dell'intensità del campo dato da

$$B(t) = \sqrt{B_x^2(t) + B_y^2(t) + B_z^2(t)} \quad (15)$$

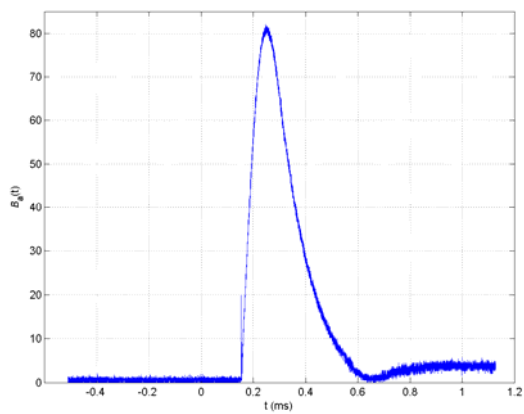
ma prima si debbono effettuare due importanti operazioni per correggere alcuni errori sistematici, visibili nella Figura 7 (dove sono mostrate le registrazioni relative alle prime tre righe di Tabella 4) e presenti anche in tutte le altre dodici registrazioni.

Il primo errore sistematico è dovuto ad un *bias* di circa 20 mV, presente nell'uscita analogica della sonda. La correzione dell'errore via software è abbastanza semplice, grazie al fatto che prima dell'innescarsi dell'impulso il segnale dovrebbe essere zero. Se quindi si prende una sequenza di un certo numero di campioni – diciamo un centinaio – in questa zona della registrazione e se ne fa la media²⁴, la quantità che se ne ottiene può essere sottratta al segnale, che risulta così corretto dal bias.

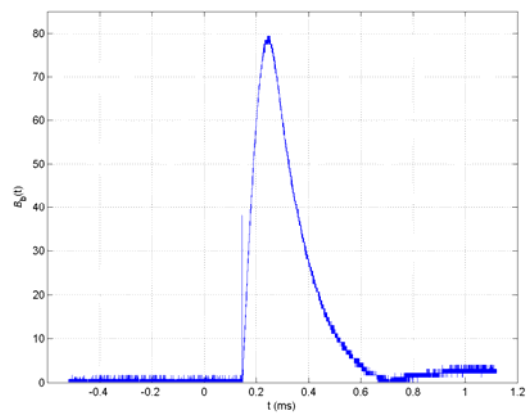
L'altro errore si presenta come uno sfasamento, ovvero uno shift temporale, fra le registrazioni delle tre componenti del vettore B . L'errore è dovuto al fatto che, come è già stato detto, l'oscilloscopio utilizzato non permette di acquisire tre tracce contemporaneamente. D'altra parte le tre componenti di un singolo impulso, non essendoci praticamente ritardo di propagazione, vengono ricevute nello stesso istante dalle tre bobine del sensore²⁵. Per la correzione dell'errore abbiamo sfruttato la presenza di un picco ben marcato (ed uno solo) in ciascun impulso. Una volta individuato il picco di ciascuna componente, se ne è presa una a riferimento (ad es. B_x) e le altre sono state traslate sull'asse in modo che gli istanti corrispondenti ai picchi coincidano. Fatto ciò, dalle componenti si calcola il modulo utilizzando la (15). Il risultato è mostrato in Figura 24 (a).

²⁴ L'esecuzione della media serve ad eliminare l'errore di quantizzazione introdotto dal campionamento che è dell'ordine di un paio mV, visibile in Figura 7 come una fascia di rumore.

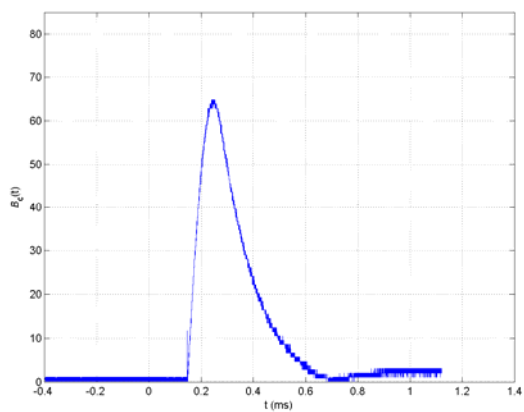
²⁵ E' bene precisare che l'utilizzo di tre impulsi successivi per acquisire le componenti B_x , B_y , B_z , di un particolare impulso presuppone che il generatore sia così stabile, che senza – ovviamente – cambiare le impostazioni, intensità e forma dell'impulso non mutino da un impulso all'altro. Vedremo che questo è effettivamente quello che accade.



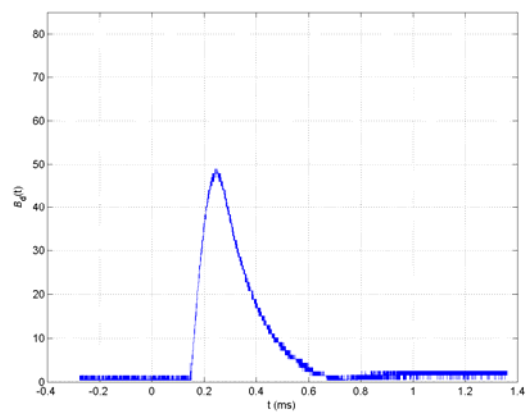
(a)



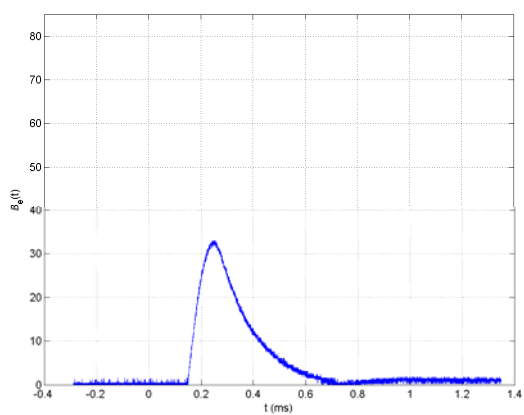
(b)



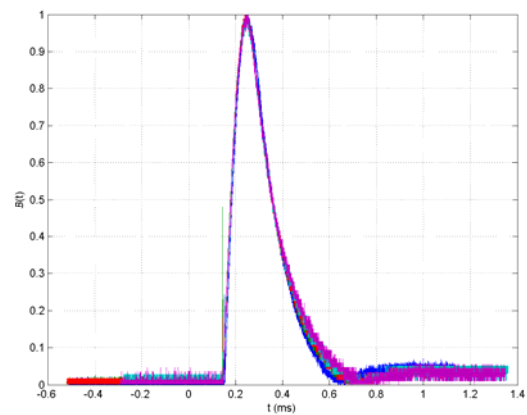
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 24 – Modulo degli impulsi acquisiti con le misure riportate nella Tabella 3 figg. da (a) ad (e); (f) sovrapposizione di tutti gli impulsi, normalizzati al rispettivo massimo.

La stessa procedura è stata ripetuta anche per le altre quattro terne (b)-(e), ottenendo i risultati mostrati nei corrispondenti grafici da (b) ad (e)²⁶ di Figura 24. Come si vede da questa figura, a parte l'ampiezza che dipende dall'intensità impostata sul generatore, la forma degli impulsi appare identica.

Per verificare se la forma è davvero la stessa, i cinque impulsi sono stati prima normalizzati ciascuno al proprio massimo con la relazione:

$$g_n(t) = \frac{B_n(t)}{\max(B_n(t))} \quad (16)$$

dove $n = a, b, \dots, e$, indica uno dei cinque impulsi. Quindi gli impulsi sono stati sovrapposti traslandoli (se necessario) in modo che i loro picchi coincidano. Il risultato della sovrapposizione è visibile nel grafico (f) di Figura 24. Se si escludono le code, dove il segnale è basso e quindi abbastanza deteriorato dal rumore, la forma degli impulsi può considerarsi identica. Per avere una valutazione meno "ad occhio" e più quantitativa di quanto la forma di questi impulsi può considerarsi "identica", è stata calcolata la radice quadrata del valore quadratico medio di ciascuno dei g con la formula seguente (N indica il numero dei campioni con cui si è acquisito un impulso):

$$g_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g_k^2} \quad (17)$$

Applicando la formula agli impulsi da (a) ad (e) di Figura 24, si sono ottenuti i valori riportati nella seguente tabella:

Tabella 8 - Valore quadratico medio degli impulsi normalizzati

Impulso	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
g_{rms}	0.280	0.282	0.283	0.281	0.283

La media è 0.282 e la deviazione standard 0.0011. L'errore, inteso come deviazione standard diviso la media, risulta inferiore al 4 per mille. Si può pertanto affermare che il generatore produce correnti e quindi impulsi di campo magnetico di forma estremamente regolare, che possono essere messi nella forma:

$$b(t) = k \cdot g(t) \quad (18)$$

dove $b(t)$ indica una qualsiasi componente del campo magnetico, k è una costante che dipende dalla potenza impostata e dalla distanza e orientazione dell'applicatore rispetto al punto di misura, mentre la funzione $g(t)$ rimane la stessa per ogni impulso prodotto dal generatore. Chiameremo $g(t)$ *fattore di forma* degli impulsi. Per ciascuna delle componenti si può ora scrivere $B_x(t) = k_x \cdot g(t)$, $B_y(t) = k_y \cdot g(t)$ e $B_z(t) = k_z \cdot g(t)$; analogamente per il modulo di $\vec{B}(t)$ si ha la forma semplice:

$$B(t) = \sqrt{k_x^2 g(t)^2 + k_y^2 g(t)^2 + k_z^2 g(t)^2} = K \cdot g(t) \quad (19)$$

²⁶ Il contenuto del grafico (f) della medesima Figura 24, verrà descritto nel paragrafo successivo.

in cui si è posto $K = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ e si è potuto estrarre dalla radice il fattore $g(t)$ grazie al fatto che esso è lo stesso per ogni componente di \vec{B} .

A 3.2 Fitting con esponenziali

E' ben noto che l'acquisizione di un segnale, analogico o numerico, comporta l'introduzione di errori di vario tipo, alcuni dei quali sono stati discussi nella sezione precedente. Quando si dispone di un segnale campionato, magari con un notevole numero di campioni – nel nostro caso tale numero è di 20480 – l'informazione utile appare mescolata a disturbo che può complicarne l'elaborazione o la rappresentazione. Una tecnica comune per separare il segnale dal disturbo è quella di adattare ai dati una curva matematica che sia in grado di rappresentare il fenomeno fisico che quei dati ha prodotto.

La forma dell'impulso mostrata in Figura 24 suggerisce che una curva approssimante può essere ottenuta sommando due esponenziali smorzati, come mostrato dalla (20). Un'espressione di questo tipo descrive la scarica di un condensatore su un circuito RLC, con smorzamento critico (o appena superiore al critico). Si tratta di un fenomeno spesso usato nella generazione di impulsi e quindi l'utilizzazione di una tale espressione conferisce al fitting, oltre alla notevole semplicità matematica, un elevato contenuto fisico.

$$h(t|C, \tau_1, \tau_2, \tau) = C \cdot \left(e^{-\frac{t-\tau}{\tau_1}} - e^{-\frac{t-\tau}{\tau_2}} \right) \quad (20)$$

Lo spostamento temporale τ è stato introdotto per tenere conto dell'incertezza nella determinazione dell'inizio degli impulsi (si veda la Figura 7), derivante dalla difficoltà di sincronizzare il trigger dell'acquisitore con lo sgancio dell'impulso da parte del generatore.

Per determinare le quattro quantità ignote C , τ_1 , τ_2 e τ si è utilizzata una procedura di best-fitting non lineare ai minimi quadrati del tutto simile a quella già descritta nell'appendice A 2.2. Per dare maggiore generalità al risultato si sono utilizzati, come dati, quelli dell'impulso normalizzato $g(t)$ di Figura 24 (f), ottenendo questi valori: $C = 18.915$, $\tau_1 = 84.051 \mu s$, $\tau_2 = 73.391 \mu s$, $\tau = 159.0 \mu s$. L'accordo è ottimo come si vede dal confronto operato in Figura 25, dove sono stati riportati gli impulsi ottenuti dalle misure e normalizzati ai rispettivi massimi, cioè il tracciato di Figura 24 (f), insieme alla curva $h(t)$ ottenuta inserendo nella (20) i parametri determinati con il fitting (linea smooth a tratto continuo).

La $h(t)$ differisce leggermente per il valore del picco (0.943, invece di 1) e per un andamento più regolare della coda per t elevati. In questa parte del tracciato gli impulsi sperimentali sono affetti da rumore e inoltre soffrono di un artefatto dovuto all'aver imposto agli impulsi di essere dovunque positivi, dopo il recupero del bias. Si tratta comunque di differenze del tutto ininfluenti per l'uso che verrà fatto dell'impulso analitico nell'analisi spettrale (Sez. A 3.3) e nel filtraggio numerico. Sono stati calcolati anche la varianza spiegata (che da per risultato $R^2 = 0.993$ ²⁷) ed il valore quadratico medio di $h(t)$, che è risultato $h_{rms} = 0.281$, un valore che si accorda ottimamente con quelli degli impulsi misurati, riportati nella Tabella 8 (scarto dalla media inferiore a 0.3%). Ambedue questi riassunti statistici confermano la bontà della espressione (20) per rappresentare l'impulso in forma analitica.

²⁷ La somma non spiegata degli errori al quadrato risulta $SSE = 0.997$, mentre la somma totale degli scarti al quadrato risulta $SST = 145.16$, da cui l'indice di correlazione $R^2 = 1 - SSE/SST = 0.993$

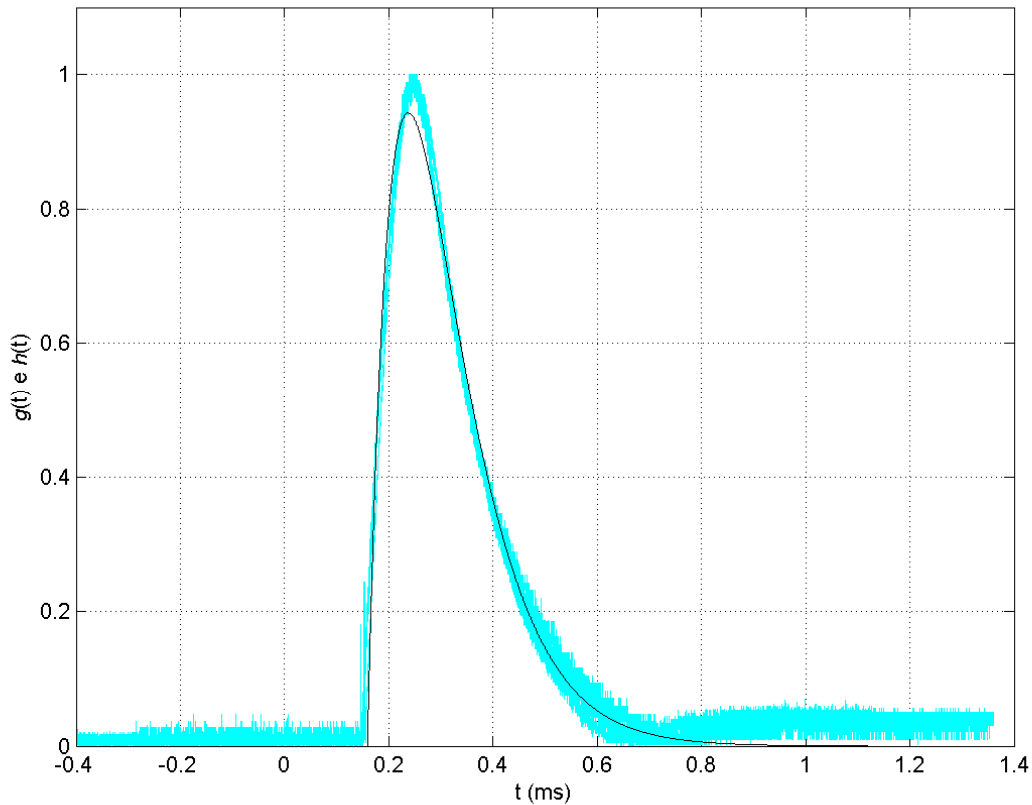


Figura 25 - confronto fra $g(t)$, impulsi misurati e normalizzati al massimo di Figura 24(f), ed $h(t)$ impulso ottenuto per fitting (linea continua)

A 3.3 Spettro dell'impulso

Lo spettro dell'impulso viene calcolato applicando le usuali tecniche di DFT (Discrete Fourier Transform) al segnale acquisito e campionato mediante l'oscilloscopio²⁸. Anzi, per conferire maggiore generalità al risultato, la DFT è calcolata sull'impulso normalizzato al valore del picco B_p (di cui nella precedente sezione A 3.1): da questo si può, se necessario, calcolare lo spettro dell'impulso di ampiezza B_p moltiplicando per B_p lo spettro dell'impulso normalizzato. L'analisi viene quindi completata confrontando lo spettro dell'impulso normalizzato suddetto con quello ottenuto per fitting del segnale. Se indichiamo con $\{g_k\}$ la sequenza dei campioni del segnale acquisito e con N_c il loro numero²⁹, la DFT di $\{g_k\}$ si scrive

²⁸ Per evitare un eccesso di rumore di quantizzazione, il segnale è stato sottoposto ad una procedura di smoothing del tipo *media mobile*. Il numero di punti p (*parametro di media*) è stato scelto uguale a 21, che porta ad intervallo di media pari a $p \cdot dt_c = 1.68 \mu s$ ($p = 21$, $dt_c = 0.08 \mu s$, sampling time), che è sufficientemente piccolo da non alterare la forma dell'impulso.

²⁹ La sequenza dei campioni è stata completata con zeri in modo che N_c sia una potenza di 2. Con questa operazione la finestra temporale del segnale diventa $T_r = N_c \cdot dt_c$ (dt_c , sampling time). Il valore scelto per N_c , pari a 2^{16} , è il risultato di un compromesso: non è troppo grande da appesantire eccessivamente il calcolo e allo stesso è abbastanza grande da determinare una distanza fra le armoniche $\Delta f = 1/T_r$ sufficientemente piccola da permettere

$$G_n = \frac{1}{N_c} \sum_{k=0}^{N_c-1} g_k \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N_c}n \cdot k} \quad (21)$$

dalla sequenza $\{G_n\}$ si torna ai $\{g_k\}$ con la formula³⁰ ::

$$g_k = \sum_{n=0}^{N_c-1} G_n \cdot e^{j\frac{2\pi}{N_c}k \cdot n} \quad (22)$$

Venendo al nostro caso particolare è stato scelto $N_c = 2^{16} = 65536$ campioni e, poiché l'intervallo temporale di campionamento dt_c è di $0.08\mu s$, la finestra temporale $T_r = N_c \cdot dt_c$, su cui viene effettuata la DFT, è di un po' più di 5ms e la distanza fra i punti calcolati dello spettro risulta $\Delta f \cong 200$ Hz (190.73 Hz, per l'esattezza).

La Figura 26 mostra l'andamento dello spettro. Oltre alla rappresentazione in lineare (grafico a destra nella figura) abbiamo riportato gli stessi dati in scala Log-Log nel grafico (b). Questa rappresentazione, espandendo la figura alle basse frequenze, permette di apprezzare meglio l'occupazione della banda e di visualizzare come l'ampiezza dello spettro decada al crescere della frequenza. Ad esempio, a 6 kHz si vede che l'ampiezza è ridotta a meno di un decimo e quindi il contributo alla potenza del segnale è oramai meno di un centesimo.

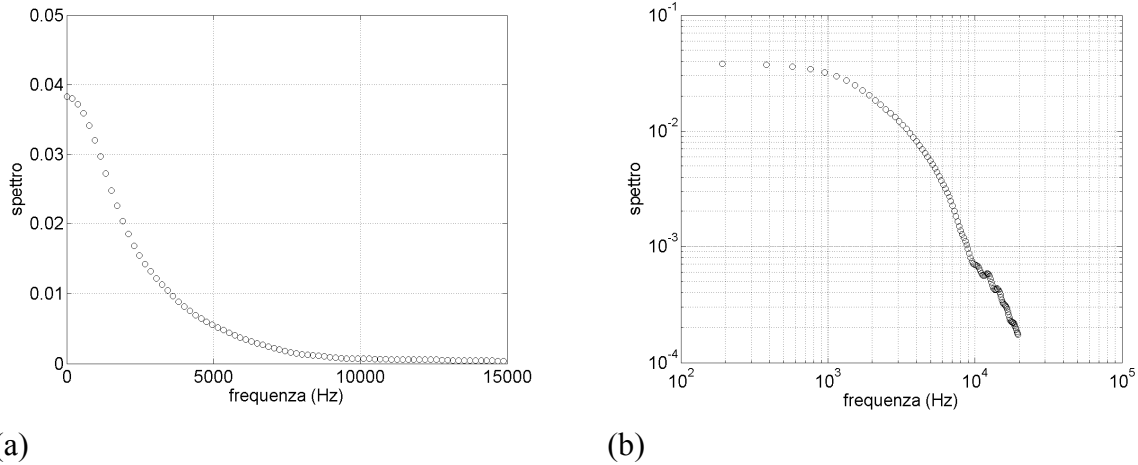


Figura 26 – Spettro dell'impulso ricavato mediante DFT per campionamento di 2^{16} punti dell'impulso di Figura 25: (a) rappresentazione in scala lineare e (b) in scala log-log.

di ricostruire correttamente le variazioni dello spettro, specie alle basse frequenze, dove le armoniche hanno i valori più elevati.

³⁰ Come è noto, in letteratura si trovano numerose varianti alla coppia trasformata–antitrasformata (21) e (22). Queste differiscono fra di loro e da quella riportata qui sia per la posizione del fattore $(1/N_c)$, che può trovarsi spostato dalla (21) alla (22), oppure per la posizione del segno meno dell'esponente di e che può trovarsi nella (21), oppure della (22). Inoltre esistono forme che utilizzano le funzioni seno e coseno invece degli esponenziali complessi. Tutte queste forme sono fra loro equivalenti e ugualmente valide, purché non si mescolino fra di loro.

Nella coppia i coefficienti G_n , in condizioni qui soddisfatte, coincidono con i coefficienti della *serie di Fourier* di una funzione $g(t)$, periodica, con periodo T_r uguale alla finestra temporale dell'impulso completato con zeri. Si noti anche che, con questa scelta il termine G_0 rappresenta il *valor medio* del segnale $g(t)$, come si vede immediatamente ponendo $n = 0$ nella (21).

Per completezza otteniamo lo spettro anche per via analitica. Questo si fa utilizzando la ben nota definizione [11] della trasformata di Fourier, che qui trascriviamo:

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt \quad (23)$$

Applicando la trasformazione alla (1), che esprime l'impulso in forma analitica, si ottiene³¹:

$$G(f) = C \frac{(\tau_1 - \tau_2)e^{-j2\pi f\tau}}{(1 + j2\pi f\tau_1)(1 + j2\pi f\tau_2)} \quad (24)$$

Dove $C = 18.915$, $\tau_1 = 84.051 \mu s$, $\tau_2 = 73.391 \mu s$, $\tau = 159.0 \mu s$ sono i parametri di fitting già citati.

Nella Figura 27 è disegnato il grafico dell'impulso di nuovo in scala lineare e in scala log-log³². Che le due procedure diano risultati molto simili è mostrato chiaramente dalla Figura 13 (nel testo) dove, sullo stesso grafico, sono stati riportati sia i risultati ottenuti con la DFT sia quelli con la trasformata di Fourier analitica. L'analisi della formula (24) permette di comprendere l'andamento dello spettro osservabile chiaramente nel diagramma log-log: si ha un plateau fino a circa 2kHz (in corrispondenza delle frequenze $1/2\pi\tau_1$ e $1/2\pi\tau_2$), dopo di che, al crescere della frequenza, lo spettro decade come $1/f^2$ ovvero con pendenza di 40dB/decade.

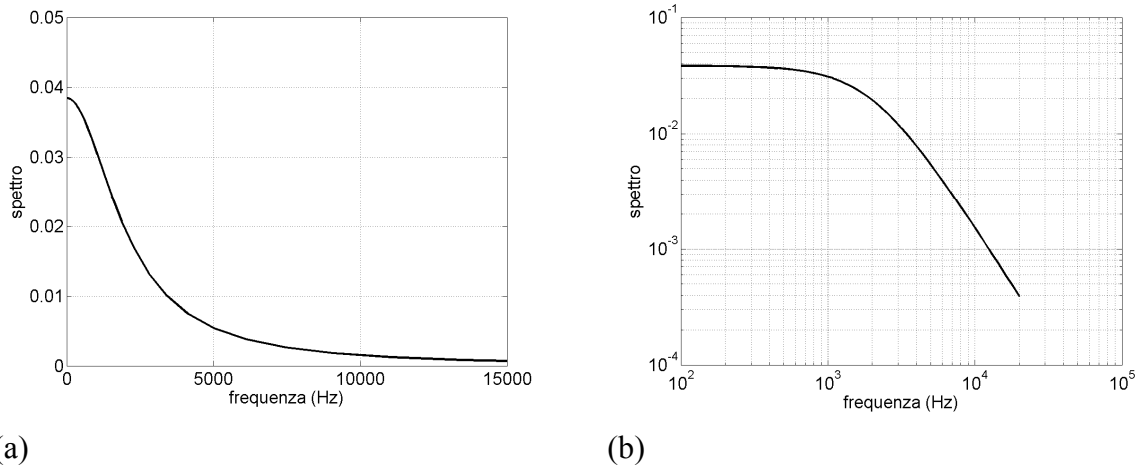


Figura 27 – Spettro dell'impulso ottenuto per via analitica: (a) rappresentazione in scala lineare; (b) in scala log-log.

³¹ La F-trasformata della (1) è di immediata derivazione se si tiene presente che la trasformata dell'esponenziale smorzato $e^{-\alpha t}$ vale $\alpha/(\alpha^2 + \omega^2)$.

³² Si noti che per confrontare i risultati del calcolo dello spettro ottenuto mediante DFT con quelli che risultano dalla trasformata di Fourier (23) è necessario dividere questi ultimi per T_r , durata della finestra temporale su cui si esegue la DFT. Questo non deve sorprendere perché nei varie formulazioni utilizzate per il calcolo dello spettro di una forma d'onda c'è un fattore moltiplicativo che varia da una formulazione all'altra. In particolare, la formula (21) per la DFT (che, che, per inciso, coincide con la sommatoria che nel calcolo dei termini della serie di Fourier sull'intervallo T_r risulta approssimando l'integrale con la regola dei trapezoidi) è correlata alla (23) dividendo quest'ultima per T_r .

A 4 Quadro normativo

I limiti di esposizione al campo elettromagnetico variano a seconda della frequenza del campo, per tener conto sia del diverso accoppiamento fra campo e soggetto esposto, sia dei diversi effetti biologici prodotti nei tessuti. Nel caso del magnetostimolatore le frequenze di interesse sono comprese nella gamma delle così dette basse frequenze (BF) e si estendono da qualche Hz ad alcune decine di kHz.

In Italia, come in tutti i paesi sviluppati, le norme prevedono limiti distinti per i lavoratori e per la popolazione in genere. Tuttavia si tenga presente che – a parte il paziente per il quale è il medico che deve decidere sull'intensità dell'esposizione in base a considerazioni del tipo rischio/beneficio – difficilmente il personale non addetto verrà esposto ai campi del magnetostimolatore. Pertanto queste note sulla normativa saranno concentrate sui limiti relativi ai lavoratori addetti.

Per i lavoratori addetti il riferimento è il D.Lgs. 81/2008 [4]. Questo decreto legge attua la Direttiva Europea 2004/40/CE [12] basata, sua volta, sulle Linee Guida 1989 della International Commission for Non Ionizing Radiation Protection (ICNIRP) [13]. In particolare, i *Valori di Azione* (VdA)³³ – che sono le intensità del campo che non debbono essere superate per rispettare le restrizioni di base – sono riportati nelle tabelle dell'Allegato XXXVI del citato D.Lgs. 81/2008. Nella Tabella 9, estratta dal suddetto Allegato XXXVI, abbiamo trascritto i VdA (in valore efficace) per il campo magnetico B ³⁴, fino alla frequenza di 65 kHz, dove lo spettro dell'impulso si è oramai ridotto di 60dB rispetto al plateau.

Indice I_{I98} . I Valori di Azione riportati nella Tabella 9 presuppongono che il campo sia di tipo monocromatico³⁵. Nel caso che si abbia la presenza contemporanea di più frequenze, provenienti da sorgenti distinte o prodotte dalla stessa sorgente, le linee guida ICNIRP [13], a cui il D.Lgs 81/2008 rimanda, prescrivono di costruire il seguente indice, che chiamiamo I_{I98} :

$$I_{I98} = \sum_i \frac{B_{pi}}{\sqrt{2} \cdot B_{L,i}} \quad (25)$$

dove le B_{pi} indicano il valore di picco delle componenti spettrali³⁶ del campo magnetico alla frequenza f_i e $B_{L,i}$ il VdA alla stessa frequenza, dedotto dalla Tabella 9³⁷. Perché la normativa sia rispettata l'indice non deve essere superiore a 1 ($I_{I98} \leq 1$).

³³ Nelle linee guida ICNIRP si usa il termine *reference levels*

³⁴ Non abbiamo invece riportato i Valori di Azione del campo elettrico E , che è di scarsa importanza per le emissioni dello stimolatore magnetico.

³⁵ Per ottenere il valore di picco si devono moltiplicare per $\sqrt{2}$ le quantità riportate in tabella.

³⁶ Se si usa la DFT con gli esponenziali complessi, come appunto nelle (21), (22) o come nei programmi di calcolo più diffusi (es.: Mathcad e Matlab), il modulo delle componenti spettrali che si ottiene usando queste formule va moltiplicato per 2 per ottenere l'ampiezza della oscillazione sinusoidale alla frequenza f_i da introdurre nella (25). Per le relazioni fra trasformate che usano gli esponenziali complessi e quelle espresse con seni e coseni, si veda, ad es. [16].

³⁷ Poiché abbiamo messo al numeratore i valori di picco del campo misurato è necessario moltiplicare per $\sqrt{2}$ i valori del VdA che sono espressi invece in valore efficace. Ovviamente si può usare nella (25) il rapporto dei B_i in valore efficace con i $B_{L,i}$ senza la $\sqrt{2}$ (dato che i VdA sono in valore efficace) e l'indice I_{I98} avrebbe avuto lo stesso valore. Usando i valori di picco B_{pi} è più immediato il richiamo al fatto che quello che si vuole evitare sono i massimi istantanei del campo magnetico. Per un maggior dettaglio su questo e altri aspetti circa l'uso degli indici con segnali non monocromatici si veda l'approfondita analisi in [14] e [15].

Tabella 9 - Valori di azione per l'induzione magnetica (in valore efficace) al variare della frequenza

f (Hz)	B (μ T)
$0^{38} - 1$	$2 \cdot 10^5$
$1 - 8$	$2 \cdot 10^5 / f^2$
$8 - 820$	$25 \cdot 10^3 / f$
$820 - 65\,000$	30.7

Può risultare naturale applicare lo stesso procedimento di pesatura e somma anche alle varie componenti spettrali di segnali a banda larga ed in particolare alle varie frequenze che compongono lo spettro dei segnali impulsivi, quali quelli emessi dagli stimolatori magnetici. A questo punto, per capire il principio che sta dietro alla (25) e perché possa risultare naturale utilizzare la (25), è utile ricordare che, alle *basse frequenze*, gli effetti biologici sono attribuibili all'azione delle correnti sulle cellule eccitabili. A differenza di quanto accade alla alte frequenze, dove si cerca di limitare la potenza assorbita, alle basse frequenze l'obiettivo delle norme è quello di limitare i *picchi*³⁹ di *corrente* all'interno dei tessuti, indipendentemente, almeno entro certi limiti, dalla durata dell'esposizione. Ebbene, come è chiaro dalla sua espressione, nella formula (25) le componenti spettrali (rapportate al limite $B_{L,i}$) vengono sommate aritmeticamente l'una all'altra come se fossero tutte in fase⁴⁰.

Indice I_{feq} . Nelle linee guida ICNIRP del 1998 – di riferimento per il D.Lgs. 81/2008 - c'è questa indicazione per trattare i segnali impulsivi: si misurano altezza B_p e durata t_p dell'impulso (Figura 28) e si calcola la *frequenza equivalente* $f_{eq} = 1/(2 \cdot t_p)$. Con questi dati si definisce l'indice:

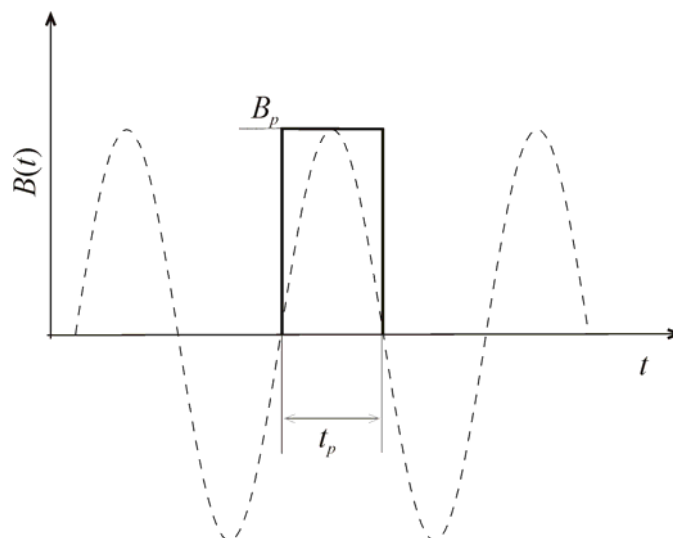
$$I_{feq} = \frac{B_p}{\sqrt{2} \cdot L_{feq}} \quad (26)$$

dove L_{feq} è il valore di azione alla frequenza f_{eq} , ricavabile dalla Tabella 9.

³⁸ Si noti che, poiché solo i campi magnetici tempo-varianti producono correnti nei tessuti e sono le correnti a produrre gli effetti biologici, i campi statici non dovrebbero essere compresi in questa normativa. In effetti l'intervallo di frequenza 0–1Hz è introdotto soltanto per raccordare le tabelle con il valore di $2 \cdot 10^5$ per il campo statico e le sommatorie che appaiono nelle formule (25), (26) e (27) partono di fatto da $i = 1$.

³⁹ A convalida di questa interpretazione, si noti che, per le frequenze sotto 100 kHz, l'ICNIRP non prescrive di operare nessuna media temporale sui valori del campo prima del confronto con i limiti di sicurezza.

⁴⁰ Si noti che nel caso di un impulso molto stretto questa condizione si può effettivamente realizzare. Si pensi ad un segnale approssimabile con una *delta di dirac* $\delta(t-\tau)$ il cui spettro è composto di armoniche che si sovrappongono "in fase" all'istante τ . Ovviamente, la delta di Dirac è un caso ideale (tant'è che la sua ampiezza per $t=\tau$ va all'infinito), però un impulso molto stretto ha un comportamento molto vicino a questo caso ideale.



V:\Norme\ICNIRP\I-rect_Eq.cdr

Figura 28 - Oscillazione sinusoidale equivalente ad un impulso di altezza B_p e durata t_p .

Se, come accade spesso, l'impulso non è esattamente rettangolare, si può far riferimento ad un impulso rettangolare che abbia la stessa altezza B_p dell'impulso misurato e durata t_p scelta con uno dei due criteri seguenti (ma se ne potrebbero trovare anche altri): (1) l'area $B_p \cdot t_p$ del rettangolo sia uguale all'area A dell'impulso misurato, ovvero $t_p = A/B_p$; (2) t_p è dato dalla distanza temporale fra i due punti, rispettivamente sul fronte di salita e su quello di discesa, nei quali l'impulso passa per il 10% del suo valore massimo. E' evidente che, una volta scelta la definizione, t_p e la corrispondente f_{eq} dipendono soltanto dalla forma dell'impulso. Nel caso dell'impulso generato dal Magstim (Figura 27) si ottiene per f_{eq} rispettivamente 1734 Hz o 989 Hz a seconda che si usi per t_p la prima o la seconda definizione. Le due frequenze differiscono sensibilmente⁴¹, ma fortunatamente queste differenze non porta conseguenze, perché siamo nella zona piatta dello standard e il valore di azione vale $30.7 \mu T$ in ambedue i casi.

Indice I_{wp03} . L'indice I_{I98} può risultare eccessivamente penalizzante nel caso di segnali nei quali l'evento per cui tutte le armoniche si sommano in fase, di cui abbiamo detto, può non realizzarsi mai. Per questa ragione l'ICNIRP, con lo Statement del 2003 [2] ha proposto, nell'intervallo di frequenza $8 \text{ Hz} \div 65 \text{ kHz}$ per i lavoratori (e $8 \text{ Hz} \div 100 \text{ kHz}$ per la popolazione), un indice – che indichiamo con I_{wp03} ⁴² –, definito secondo l'equazione (27)

$$I_{wp03} = \text{Max} \left(\left| \sum_i \frac{B_{p,i}}{\sqrt{2} \cdot B_{L,i}} \cos(2\pi f_i t + \theta_i + \phi_i) \right| \right) \quad (27)$$

nella quale: $B_{p,i}$ e θ_i sono, rispettivamente l'ampiezza e la fase della componente spettrale alla frequenza f_i ; mentre ϕ_i vale $\pi/2$ per $f < f_c$ e 0 per $f > f_c$, con f_c che vale 820 Hz per i lavoratori

⁴¹ Nel caso specifico, la differenza nasce dal fatto che l'impulso del Magstim ha un fronte di discesa molto lento, che allunga molto il tempo t_p . Con impulsi più simmetrici la differenza sarebbe molto meno marcata. Tuttavia, questa incertezza nella determinazione di t_p e quindi di f_{eq} è una delle ragioni che hanno indotto l'ICNIRP a introdurre il criterio del weighted peak.

⁴² wp sta per weighted peak e 03 si riferisce al 2003, anno di pubblicazione dello statement.

(800 Hz, per la popolazione). Al solito, l'indice deve essere ≤ 1 perché l'esposizione possa essere considerata sicura.

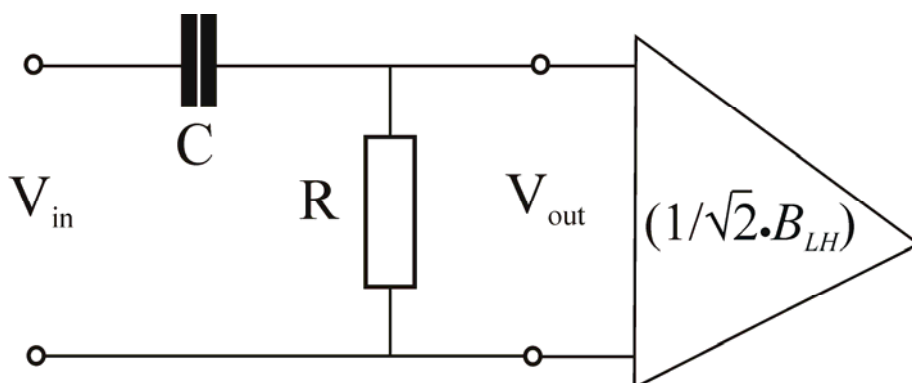


Figura 29 - Schema del filtro passa alto per implementare l'indice I_{wp03}

E' evidente che l'indice I_{wp03} coincide con I_{I98} nel caso in cui le componenti che costituiscono il segnale hanno una evoluzione temporale tale da raggiungere contemporaneamente il valore massimo (cioè il coseno di ciascuna componente assume valore 1 nel medesimo istante⁴³).

Anche se con i moderni DSP eseguire la DFT e calcolare l'indice come previsto dalla (27) è abbastanza semplice, ICNIRP suggerisce di ottenere il valore dell'indice utilizzando un filtro (digitale o analogico) che agisce direttamente nel dominio del tempo sul segnale disponibile all'uscita dei sensori della sonda. Il filtro suggerito da ICNIRP è un semplice RC passa alto, come indicato in Figura 29⁴⁴, la cui frequenza critica è data da: $f_c = 1/(2\pi RC)$ stabilita in 820Hz (800Hz, per la popolazione) e il cui fattore di amplificazione è dato da $1/(\sqrt{2} \cdot B_{LH})$, dove B_{LH} indica il valore del limite di esposizione nella zona piatta dello standard ICNIRP 1998 al di sopra della frequenza critica; B_{LH} vale 30.7μT per i lavoratori (6.25μT per la popolazione).

Si noti tuttavia che il D.Lgs. 81/2008, che è la norma attualmente in vigore in Italia, è basata, come abbiamo detto, sulla Direttiva Europea 2004/40/CE la quale tiene conto delle Linee Guida ICNIRP 1998, ma non dello Statement ICNIRP 2003, ed è quindi alle Linee Guida del 1998 che al presente si deve fare riferimento.

Anche se non direttamente pertinenti allo scopo del presente documento, vogliamo in questa appendice dare anche un rapido accenno all'attività dell'ICNIRP successiva al 2003. Mentre il documento del 1998 comprendeva tutto lo spettro di frequenze da 0 a 300GHz (anche se, va detto, venivano esaminati separatamente i meccanismi che presiedono ai fenomeni biologici e biofisici, che sono diversi nelle varie porzioni dello spettro), successivamente si è ritenuto più razionale dividere lo spettro in tre parti, per ciascuna delle quali è prevista la pubblicazione di documenti specifici:

⁴³ E' quello che accade ad es. nell'istante τ , se il segnale è costituito da un impulso molto stretto, approssimabile con la delta di Dirac $\delta(t - \tau)$, come si è detto alla nota .

⁴⁴ Se si decide di procedere per via numerica la cella RC dà luogo all'equazione ricorsiva:

$$V_{out_n} = \frac{\tau}{\tau + T_c} V_{out_{n-1}} + \frac{\tau}{\tau + T_c} V_{in_n} - \frac{\tau}{\tau + T_c} V_{in_{n-1}}$$

dove $\tau = RC$ indica la costante tempo del filtro e T_c è il tempo di campionamento, scelto uguale ad un centesimo di τ . Secondo la definizione (27) l'indice I_{wp03} è dato dal massimo della sequenza V_{out} moltiplicato per il fattore di amplificazione $1/(\sqrt{2} \cdot B_{LH})$.

1. DC e frequenze sotto 1 Hz;
2. Low frequency, da 1 Hz a 100 kHz;
3. High-frequency, da 100 kHz a 300 GHz;

Per quanto riguarda il primo punto, esiste una linea guida specifica per i campi statici, ed in particolare per i campi magnetici dovuti alle apparecchiature MR (che però non si applicano all'esposizione del paziente), mentre sono allo studio i campi indotti dal movimento in campi magnetici statici intensi.

La porzione delle frequenze nella quale il processo di revisione è stato più profondo è quello 1 Hz–100 kHz. In questa gamma di frequenza, dopo lo Statement del 2003 del quale abbiamo parlato a proposito dell'indice I_{wp03} , nel 2010, è stata pubblicata la linea guida "*Statement-Guidelines for limiting exposure to time-varying electric and magnetic fields (1 Hz to 100 kHz)*" [18]. I livelli di riferimento sono stati accresciuti sia per la popolazione che per i lavoratori. Nei grafici della Figura 30, si sono messi a confronto, i livelli di riferimento della linea guida del 1998 con quelli della linea guida del 2010, questo sia per i limiti relativi ai lavoratori (a) sia per la popolazione civile (b).

Come si vede dalla frequenza di 25 Hz in poi i limiti di riferimento sono più elevati sia per i lavoratori che per la popolazione. Ad esempio a 50 Hz il limite è raddoppiato: per i lavoratori era di $500\mu\text{T}$ nel 1998 ed è diventato 1mT nel documento del 2010, analogamente per la popolazione si è passati da $100\mu\text{T}$ a $200\mu\text{T}$.

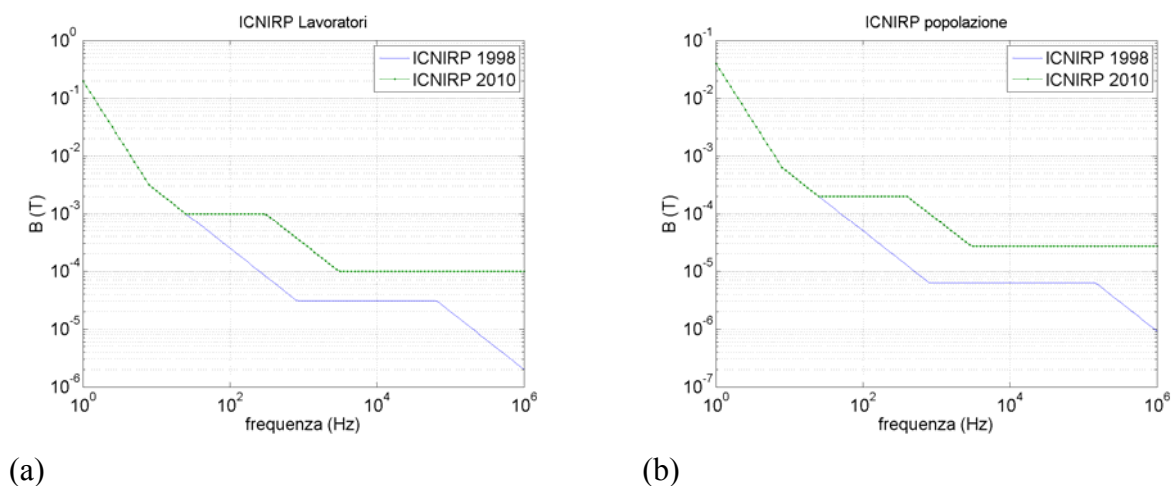


Figura 30 - Confronto dei valori di riferimento definiti nella linea guida ICNIRP del 1998 (linea continua) e quelli della linea guida del 2010 (linea a punti): (a) lavoratori; (b) popolazione..

Inoltre il circuito analogico per l'implementazione del weighted peak è diventato molto più complesso, prevedendo l'uso di un filtro a quattro celle invece di uno con una sola cella.

Concludiamo queste note ribadendo che comunque, dal punto di vista normativo, questi aggiornamenti più recenti dell'ICNIRP non hanno valore vincolante in l'Italia, dove le norme in vigore sono il D.Lgs. 81/2008 per i lavoratori e il DPCM 8 luglio 2003 per la popolazione ed è a queste che si deve al presente fare riferimento.

RIFERIMENTI

- [1] Magstim 200² Operating Manual, <http://manuals.magstim.com/en/2002.pdf>
- [2] Guidance on determining compliance of exposure to pulsed and complex non-sinusoidal waveforms below 100 kHz with ICNIRP guidelines, ICNIRP Statement, Health Physics. March 2003, Volume 84, Number 3, p.383;
www.icnirp.de/documents/pulsed.pdf
- [3] DPCM "Fissazione dei limiti di esposizione, dei valori di attenzione e degli obiettivi di qualità per la protezione della popolazione dalle esposizioni ai campi elettrici e magnetici alla frequenza di rete (50 Hz) generati dagli elettrodotti" e "Fissazione dei limiti di esposizione, dei valori di attenzione e degli obiettivi di qualità per la protezione della popolazione dalle esposizioni a campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici generati a frequenze comprese tra 100 kHz e 300 GHz"
http://www.arpa.emr.it/cms3/documenti/cem/normativa/DPCM_8luglio2003_bassa.pdf
http://www.arpa.emr.it/elettrosmog/download/DPCM_8luglio2003_RF.pdf
- [4] D.Lgs 9 Aprile 2008, n.81 *Testo unico sulla salute e sicurezza sul lavoro* (G.U. n.101 del 30-04-2008 – Suppl. Ordinario n.108);
<http://www.lavoro.gov.it/NR/rdonlyres/88EB5823-1FC9-403F-86E7-051227F6B32C/0/DLgs812008integratoconDLgs1062009.pdf>
- [5] K. Kuns, *Calculation of Magnetic Field Inside Plasma Chamber*, 2007, reperibile all'URL <http://plasmalab.pbwiki.com/f/bfield.pdf>
- [6] W.R. Smythe, *Static and dynamic electricity*, McGraw-Hill Book Company, 3rd edition, p. 290.
- [7] H.B. Dwight, *Tables of Integrals and other mathematical data*, The Macmillan Company, 4th Ed. 1971.
- [8] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling and B.P. Flannery *Numerical Recipes*, University Cambridge Press 1992. Esiste con i listati in Fortran o in C, ed è reperibile anche all'URL: <http://www.nr.com/oldverswitcher.html>.
- [9] J.D. Kraus, *Electromagnetics* McGraw-Hill, 3rd ed., 1984
- [10] A. Shadowitz, *The electromagnetic field*, McGraw-Hill, 1973
- [11] A. Papoulis, *The Fourier integral and its applications*, McGraw-Hill, 1962
- [12] Direttiva 2004/40/CE del Parlamento Europeo e Consiglio del 29 aprile 2004 relativa alla limitazione dell'esposizione della popolazione ai campi elettromagnetici da 0 Hz a 300,
<http://www.ifac.cnr.it/pcemni/normeit/ec2004.pdf>
- [13] International Commission for Non Ionizing Radiation Protection (ICNIRP), "Guidelines for Limiting Exposure to Time-varying Electric, Magnetic, and Electromagnetic Fields (up to 300 GHz).", Health Physics 74: 494-522 (1998) <http://www.icnirp.de/documents/emfgdl.pdf>
- [14] D.Andreuccetti, A.Bogi, N.Zoppetti, *Procedura di verifica del rispetto dei livelli di riferimento dell'induzione magnetica in presenza di forme d'onda complesse con frequenze fino a 100 kHz*, CNR-IFAC-TR-02/010, ISSN 3035-5831, TSSR, Vol. 2 -n.65-1 (2010),
http://eprints.bice.rm.cnr.it/1247/1/1_zoppetti.pdf

- [15] D.Andreuccetti, S.Priori, N.Zoppetti, *Esposizione della popolazione a sorgenti ELF con forma d'onda complessa: valutazione del campo magnetico e della densità di corrente indotta*, CNR-IFAC-TR-04/010, ISSN 3035-5831, TSSR, Vol. 2 -n.65-7 (2010)
http://eprints.bice.rm.cnr.it/1551/1/7_zoppetti.pdf
- [16] D.C. Champeney, *Fourier transforms and their physical applications*, Academic Press, 1973
- [17] ICNIRP "*Guidelines on Limits of Exposure to Static Magnetic Fields*",
<http://www.icnirp.de/documents/statgdl.pdf>
- [18] ICNIRP "*Statement-Guidelines for Limiying Exposure to Time-Varying Electric and Magnetic Fields (1 Hz to 100 kHz)*"; <http://www.icnirp.de/documents/LFgdl.pdf>